

MODELO MATEMÁTICO APLICADO À FERTIRRIGAÇÃO¹

FLÁVIA DINIZ MOTA²; RODRIGO MÁXIMO SÁNCHEZ ROMÁN³ E HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO SILVA⁴

¹Trabalho originado da tese de doutorado do primeiro autor intitulada: “Modelo matemático para otimização na seleção de fertilizantes via fertirrigação”

²Departamento de Engenharia Rural, Universidade Estadual Paulista, Avenida Universitária, n° 3780, Altos do Paraíso, 18610-034, Botucatu, São Paulo, Brasil, fdmota@yahoo.com.br.

³Departamento de Engenharia Rural, Universidade Estadual Paulista, Avenida Universitária, n° 3780, Altos do Paraíso, 18610-034, Botucatu, São Paulo, Brasil, rodrigo.roman@unesp.br.

⁴Departamento de Bioestatística, Universidade Estadual Paulista, R. Prof. Dr. Antônio Celso Wagner Zanin, 250, 18618-689, Botucatu, São Paulo, Brasil, helenice.silva@unesp.br.

1 RESUMO

O objetivo deste trabalho foi propor um modelo matemático que auxilie na determinação de uma mistura ótima de fertilizantes visando a minimização do custo da solução nutritiva. Dessa maneira, foi desenvolvida uma metodologia que permitisse identificar uma mistura ótima de fertilizantes capaz de auxiliar o produtor no manejo da fertirrigação. Essa metodologia consistiu no desenvolvimento de um modelo matemático de otimização para auxílio na determinação da quantidade ótima de fertilizante a ser inserida na mistura de forma a suprir as necessidades nutricionais da cultura a um custo mínimo. Para auxiliar o usuário desse modelo, foi desenvolvido um aplicativo para dispositivos móveis. Sendo, portanto, esse aplicativo uma ferramenta de apoio aos produtores no processo de tomada de decisões à campo. Dentre os métodos de resolução de problemas de programação não-linear, optou-se pelo Método do Gradiente Conjugado Não-Linear; sendo esse, um caso particular do Método do Gradiente Conjugado, proposto para soluções de problemas não-lineares. O modelo matemático proposto atendeu às restrições preconizados na fertirrigação para o cálculo da quantidade de fertilizantes, à um baixo custo, tornando-o mais completo e eficiente. Dessa maneira, a metodologia proposta e o aplicativo desenvolvido são ferramentas importantes e acessíveis que podem auxiliar os produtores no manejo da fertirrigação.

Palavras-chave: adubação, condutividade elétrica, custo, modelagem, programação não-linear.

MOTA, F. D.; SÁNCHEZ-ROMÁN, R. M.; SILVA, H. O. F.
MATHEMATICAL MODEL APPLIED TO FERTIGATION

2 ABSTRACT

The objective of this work was to develop a mathematical model to assist farms in the determination of an optimal mixture of fertilizers in order to minimize the cost of nutritive solutions. This way, we developed a methodology that allows to identify an optimal mixture of fertilizers capable to assist farms in the management of fertigation. The methodology consisted of the development of an optimization mathematical model to assist in the determination of the optimal amount of fertilizers to be insert in the mixture in order to meet the nutritional needs of

the crop at a minimum cost. In order to assist the user of this model, a mobile application was developed. Thus, this mobile application is a decision support tool to farms. Among the nonlinear programming methods, we opted for the Nonlinear Conjugate Gradient Method, this method is a particular case of the Conjugate Gradient Method, proposed to provide solutions of nonlinear problems. The proposed mathematical model complied with the restrictions recommended in fertigation regarding the calculation of the amount of fertilizer at a low cost; making it more efficient and complete. Therefore, the proposed methodology and the developed mobile application are important and accessible tools that could assist farms in the management of fertigation.

Keywords: fertilization, electrical conductivity, cost, modeling, nonlinear programming.

3 INTRODUÇÃO

Com o significativo crescimento demográfico, torna-se necessário que o uso da terra e dos recursos hídricos seja feito de modo eficiente. De acordo com a World Health Organization - WHO (2019), estima-se que a população mundial será de 9,7 bilhões até 2050, o que corresponde ao aumento de 2,3 bilhões de pessoas. Esse crescimento indica que a demanda por alimentos poderá ser 60% maior que a atual (FAO, 2001).

Nesse contexto, a agricultura irrigada é essencial para muitos países, pois pode promover segurança alimentar e o desenvolvimento ou aumento de áreas agrícolas, principalmente em regiões áridas e semiáridas, onde a precipitação é escassa ou apresenta ocorrência irregular ao longo do ano (SHAMIR et al., 2015).

Nos últimos anos, com a evolução da informática e a tecnificação das atividades relacionadas à agricultura, têm-se intensificado os estudos aplicados à otimização de sistemas agrícolas, ou seja, maior produtividade aliada ao menor custo de produção. Nesse contexto, a modelagem matemática de otimização é uma ferramenta científica de grande utilidade, uma vez que a predição das variáveis envolvidas e as tomadas de decisões acerca do sistema estudado podem ser auxiliadas por essa ferramenta, evitando assim, os altos custos de pesquisas desenvolvidas em campo e

melhorando o emprego de recursos (CORRÊA et al., 2011; TEIXEIRA, 2015; TEJADA-CASTRO et al., 2019; YOUSIF et al., 2018).

Entretanto, uma das grandes questões quanto ao uso de tecnologias no campo é o desenvolvimento de instrumentos/ ferramentas que permitam o manejo eficiente do sistema de irrigação e apresentem facilidade de aplicação.

Nas situações em que a tomada de decisão está relacionada à alocação de recursos escassos, são necessários métodos eficientes para auxiliar o planejador no processo decisório. Para resolver esse tipo de problema, os modelos matemáticos de otimização são os mais indicados, pois são capazes de quantificar de maneira ótima o uso de recursos limitados, visto que em certos casos, os custos não são apenas econômicos, mas também ambientais, políticos e sociais.

A resolução de um modelo de otimização depende da disponibilidade de dados e da existência de algoritmos computacionais específicos para essa finalidade. Em geral, existem métodos específicos de resolução, os quais exploram a complexidade, a forma da função objetivo, a existência ou não de restrições e caso exista, a geometria da região factível (YEH, 1985; LUENBERGER; YE, 2008).

Mateus e Luna (1986) apontaram que para comparação entre algoritmos de resolução de Problemas de Programação

Não-Linear (PPNL) pode-se utilizar critérios baseados em: simplicidade computacional, tempo gasto no processamento computacional até atingir um ponto ótimo, memória necessária durante o processamento e sensibilidade a erros computacionais.

Nesse contexto, um modelo adequado de fertirrigação deve gerar equilíbrio entre a demanda nutricional da planta e a aplicação de fertilizantes pelo produtor (relação entre quantidade e tempo), além de reduzir o processo de lixiviação e as contaminações ambientais. Devido à importância da otimização da fertirrigação, diversos estudos vêm sendo realizados a fim de investigar o impacto de diferentes estratégias na distribuição de nutrientes no solo, incluindo testes com níveis de água e fertilizante, intervalos de irrigação e de fertirrigação e tempos de injeção e de concentração (COELHO et al., 2018; DELAZARI et al., 2018, ROCHA; CHRISTOFIDIS, 2015).

Sinha, Rao e Bischof (1999) propuseram um modelo de otimização não-linear para uma pesquisa com reservatórios de água de múltiplas finalidades, visando a minimização do consumo e dos custos relacionados ao uso da água. Saad e Frizzone (1996) formularam um modelo de PNL para maximização da receita líquida de culturas irrigadas por sistemas de irrigação localizada, aplicável as áreas de irrigação regulares com declividade e emissão uniformes.

A fertirrigação pode melhorar o rendimento e a qualidade da produção agrícola, possibilitando otimizar seus efeitos e economizar recursos por meio do gerenciamento racional do processo, considerando tanto as características do solo para o transporte dos nutrientes, quanto as necessidades fisiológicas da planta. Dessa forma, o planejamento ideal da irrigação é importante para melhorar a eficiência da captação de água e da aplicação de nutrientes (DONG et al., 2018).

Com isso, este trabalho teve como objetivo propor um modelo matemático que auxilie na determinação de uma mistura ótima de fertilizantes visando a minimização do custo da solução, considerando as restrições de compatibilidade entre fertilizantes, condutividade elétrica da solução e a recomendação de adubação.

4 MATERIAL E MÉTODOS

Para atender o objetivo deste trabalho desenvolveu-se uma metodologia que permitisse identificar uma mistura ótima de fertilizantes capaz de auxiliar o produtor no manejo da fertirrigação, tornando-o mais eficaz em relação ao uso de diferentes fertilizantes, mediante a determinação das suas quantidades com base no conceito de “*spoon-feeding*” (VILLAS BOAS; ZANINI; FEITOSA FILHO, 2002), fornecendo ao solo os nutrientes demandados de acordo com cada estágio fenológico da cultura.

Essa metodologia consiste no desenvolvimento de um modelo matemático de otimização para auxílio na determinação da quantidade ótima de cada fertilizante a ser inserida na mistura de forma a atender as necessidades nutricionais da cultura a um custo mínimo. Para auxiliar o usuário deste modelo, também foi proposto o desenvolvimento de um aplicativo para dispositivos móveis. Sendo, portanto, este aplicativo uma ferramenta de apoio aos técnicos e produtores no processo de tomada de decisões.

Neste contexto, foram consideradas as características fisiológicas das culturas analisadas e as respectivas marchas de absorção diárias de nutrientes. Adicionalmente, foram consideradas as características próprias da composição química de cada fertilizante, com especial atenção à solubilidade, condutividade elétrica da solução e compatibilidade.

Para formulação do modelo foram consideradas as seguintes notações: i sendo

o índice que representa os K tipos de fertilizantes que poderão ser usados na fertirrigação, $i = 1, \dots, K$; z o índice que representa os Z estádios fenológicos, $z = 1, \dots, Z$; d o índice referente aos dias que compõem o estágio fenológico, $d =$

$1, \dots, D$; e f o índice que representa as fertirrigações, $f = 1, \dots, F$.

Sendo X_{izdf} a variável que define a quantidade do fertilizante i a ser usado na fertirrigação f do dia d , do estágio fenológico z , propõe-se o modelo a seguir (Equações 1 a 16):

$$\text{Min} \sum_{i=1}^K \sum_{z=1}^Z \sum_{d=1}^D \sum_{f=1}^F C_i X_{izdf} + \sum_{(m,n) \in SR} \sum_{z=1}^Z \alpha C_m X_{mzdf} C_n X_{nzdf} \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^K N_i X_{izdf} = \bar{N}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^K P_i X_{izdf} = \bar{P}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^K K_i X_{izdf} = \bar{K}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^K Ca_i X_{izdf} = \bar{Ca}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^K Mg_i X_{izdf} = \bar{Mg}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^K S_i X_{izdf} = \bar{S}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^K B_i X_{izdf} = \bar{B}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^K Zn_i X_{izdf} = \bar{Zn}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^K Mn_i X_{izdf} = \bar{Mn}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (10)$$

$$\sum_{i=1}^K Cu_i X_{izdf} = \bar{Cu}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^K Fe_i X_{izdf} = \bar{Fe}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^K Mo_i X_{izdf} = \overline{Mo}_{zdf}, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^K eq_i x_{izdf} \leq 40, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (14)$$

$$X_{azdf} X_{bzdf} = 0, \text{ para todo } par(a, b) \in I, \quad (15)$$

$$X_{izdf} \geq 0, i = 1, \dots, K, z = 1, \dots, Z, d = 1, \dots, D, f = 1, \dots, F \quad (16)$$

$I = \{(a, b) \text{ tal que o fertilizante } a \text{ é incompatível com o fertilizante } b\},$
 $a \in \{1, \dots, K\} b \in \{1, \dots, K\}$

A função objetivo (1) visa minimizar o custo total gasto com fertilizantes a serem inseridos na mistura ótima para ser aplicada em cada fertirrigação de uma determinada cultura. Em que: C_i (R\$ kg⁻¹) é o custo do fertilizante i e α ($\alpha = M \gg 0$) é o termo de penalidade aplicado aos custos dos fertilizantes m e n que quando misturados apresentam solubilidade reduzida, sendo $SR = \{(m, n) / m \in \{1, 2, \dots, k\} n \in \{1, 2, \dots, k\}\}$.

Desta forma, o modelo penaliza os pares de fertilizantes com solubilidade reduzida (m, n) , dificultando portanto, a escolha simultânea desses tipos de fertilizantes. Esta escolha só será feita pelo modelo se realmente for necessária, pois a penalidade aumentará o custo total da mistura. X_{izdf} é a variável que indica a quantidade de fertilizante i a ser adicionada no tanque de solução (kg ha⁻¹) a ser usado na

fertirrigação f do dia d , no estágio fenológico z .

As expressões matemáticas (2)-(16) representam as restrições do problema proposto, sendo que: as Equações (2)-(13) garantem que a quantidade de fertilizante a ser adicionada na mistura atenda a recomendação de adubação referente aos macronutrientes e micronutrientes proposta pelo produtor; as restrições (14) são referentes a condutividade elétrica da solução; as restrições (15) impedem que dois fertilizantes (a, b) incompatíveis sejam utilizados concomitantemente; e as restrições (16) garantem a não negatividade das variáveis de decisão do modelo. Adicionalmente, todos os índices, parâmetros e variáveis integrantes do modelo estão descritos no Quadro 1 e Quadro 2.

Quadro 1. Descrição dos índices, parâmetros e variáveis integrantes do modelo (11)-(25).

Legenda	Categoria	Descrição
K	Parâmetro	Quantidade de tipos de fontes de nutrientes.
$i = 1, \dots, K$	Índice	Índices que representam os tipos de fertilizantes.
Z	Parâmetro	Quantidade de estádios fenológicos da cultura.
$z = 1, \dots, Z$	Índice	Índices que representam os estádios fenológicos.
D	Parâmetro	Quantidade de dias referente a cada estágio fenológico da cultura.
$d = 1, \dots, D$	Índice	Índices que representam os dias do estágio fenológico.
F	Parâmetro	Quantidade de fertirrigações realizadas em um dia.
$f = 1, \dots, F$	Índice	Índices que representam as fertirrigações.
C_i	Parâmetro	Custo do fertilizante i (R\$ kg ⁻¹).
α	Parâmetro	Penalidade aplicada ao uso dos fertilizantes de solubilidade reduzida.
N_i	Parâmetro	Proporção de nitrogênio (N) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{N}	Parâmetro	Quantidade de nitrogênio (N) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
P_i	Parâmetro	Proporção de fósforo (P) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{P}	Parâmetro	Quantidade de fósforo (P) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
K_i	Parâmetro	Proporção de potássio (K) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{K}	Parâmetro	Quantidade de potássio (K) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
Ca_i	Parâmetro	Proporção de cálcio (Ca) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{Ca}	Parâmetro	Quantidade de cálcio (Ca) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
Mg_i	Parâmetro	Proporção de magnésio (Mg) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{Mg}	Parâmetro	Quantidade de magnésio (Mg) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
S_i	Parâmetro	Proporção de enxofre (S) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{S}	Parâmetro	Quantidade de enxofre (S) recomendada na adubação (kg ha ⁻¹).
B_i	Parâmetro	Proporção de boro (B) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{B}	Parâmetro	Quantidade de boro (B) recomendada na adubação (g ha ⁻¹).
Zn_i	Parâmetro	Proporção de zinco (Zn) contida no fertilizante i (decimal).
\bar{Zn}	Parâmetro	Quantidade de zinco (Zn) recomendada na adubação (g ha ⁻¹).

Quadro 2. Descrição dos índices, parâmetros e variáveis integrantes do modelo (11)-(25).

Mn_i	Parâmetro	Proporção de manganês (Mn) contida no fertilizante i (decimal).
\overline{Mn}	Parâmetro	Quantidade de manganês (Mn) recomendada na adubação ($g\ ha^{-1}$).
Cu_i	Parâmetro	Proporção de cobre (Cu) contida no fertilizante i (decimal).
\overline{Cu}	Parâmetro	Quantidade de cobre (Cu) recomendada na adubação ($g\ ha^{-1}$).
Fe_i	Parâmetro	Proporção de ferro (Fe) contida no fertilizante i (decimal).
\overline{Fe}	Parâmetro	Quantidade de ferro (Fe) recomendada na adubação ($g\ ha^{-1}$).
Mo_i	Parâmetro	Proporção de molibdênio (Mo) contida no fertilizante i (decimal).
\overline{Mo}	Parâmetro	Quantidade de molibdênio (Mo) recomendada na adubação ($g\ ha^{-1}$).
$I = \{(a, b)\}$	Parâmetro	Conjunto de índices referente aos pares de fertilizantes que são incompatíveis.
$SR = \{(m, n)\}$	Parâmetro	Conjunto de índices referente aos pares de fertilizantes que possuem solubilidade reduzida, quando utilizados conjuntamente.
eq_i	Parâmetro	Equivalente-grama referente ao fertilizante i .
X_i	Variável de decisão	Quantidade de fertilizante i a ser usado na fertirrigação f do dia d , do estágio fenológico z .

Nota: O cloro não foi considerado, pois seu requerimento pelas plantas é muito baixo, estando na faixa de 100 a 200mg kg⁻¹ (Xu *et al.*, 2000).

O modelo (1)-(16) é um problema de otimização não linear, o qual foi resolvido utilizando o Método do Gradiente Conjugado Não-Linear (GCNL), e implementado no software GNU/Octave. O método GCNL foi um caso particular do Método do Gradiente Conjugado proposto por Hestenes e Stiefel (1952) para soluções de problemas não-lineares e/ou minimização de funções convexas.

Os testes computacionais foram realizados em um computador Dell Core i7, 8GB RAM, Windows 10. Para validação desse modelo, foram realizados testes computacionais com dados coletados na literatura. Utilizou-se dados do Boletim Técnico 215 do Instituto Agrônomo de Campinas (TRANI, 2015), para determinação da recomendação de adubação da cultura a partir de experimentos realizados sob cultivo protegido, nos quais a técnica de fertirrigação foi utilizada. Já

dados referentes aos preços de fertilizantes comercializados, foram obtidos da Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB, 2018).

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para o desenvolvimento deste modelo, na tabulação dos dados, foram utilizadas planilhas eletrônicas do tipo Microsoft Excel[®]. Foram considerados os tipos de fertilizantes mais utilizados na fertirrigação, sendo assim, os fertilizantes utilizados no desenvolvimento do modelo foram: Nitrato de amônio, Nitrato de cálcio, Nitrato de sódio, Sulfato de amônio, Ureia, Superfosfato simples, Superfosfato triplo, Ácido fosfórico, Cloreto de potássio, Sulfato de potássio, Sulfato duplo de potássio e magnésio, Fosfato monoamônico (MAP), MAP cristal, Fosfato diamônico (DAP),

Fosfato de ureia, Nitrato de potássio, Salitre potássico, Fosfito de potássio, Fosfato monopotássico (MKP), Fosfato bipotássico, Cloreto de cálcio penta-hidratado, Cloreto de cálcio, bi-hidratado, Sulfato de cálcio (gesso), Nitrato de magnésio, Sulfato de magnésio, Ácido sulfúrico, Ácido nítrico, Fe EDTA, Zn EDTA, Cu EDTA, Borax, Solubor, Ácido bórico, Molibdato de sódio, Molibdato de amônio, Sulfato de cobre, Sulfato ferroso, Sulfato de ferro, Cloreto férrico, Sulfato de manganês, Sulfato de zinco hepta-hidratado, Sulfato de zinco mono-hidratado e Sulfato de cobalto. Foram tabuladas as composições químicas de cada fertilizante bem como a ponderação da quantidade de nutrientes nelas presentes.

A composição decimal dos nutrientes contidos nos fertilizantes foi determinada utilizando os pesos atômicos dos elementos e as respectivas massas molares dos fertilizantes. Com relação aos dados relacionados as características de

compatibilidade entre os fertilizantes, foi utilizada a tabela de compatibilidade descrita por Landis (1989).

Na determinação da condutividade elétrica da solução, foi necessário relacionar os pesos equivalentes de cada fertilizante, calculados de acordo com a Equação 17 e apresentados na Tabela 1, levando-se em consideração as quantidades equivalentes de cátions e ânions gerados, de acordo com a metodologia apresentada por Dimenstein (2017).

$$eq = \frac{m}{E} \quad (17)$$

Em que:

eq = equivalentes-gramas de uma massa específica de fertilizante;

m = massa do fertilizante (g);

E = Equivalente-grama do fertilizante.

Tabela 1. Massa molar (M) e Peso Equivalente (PE) dos fertilizantes mais utilizados em fertirrigação.

<i>i</i>	Fertilizante	Peso Equivalente (g)
1	Nitrato de amônio	80,0434
2	Nitrato de cálcio	82,0439
3	Nitrato de sódio	84,9947
4	Sulfato de amônio	66,0698
5	Ureia	30,0277
6	Superfosfato simples	203,1118
7	Superfosfato triplo	135,0415
8	Ácido fosfórico	32,6651
9	Cloreto de potássio	74,5513
10	Sulfato de potássio	87,1296
11	Sulfato duplo de potássio e magnésio	103,7486
12	Fosfato monoamônico (MAP)	115,0257
13	MAP cristal	115,0257
14	Fosfato diamônico (DAP)	66,0281
15	Fosfato de ureia	158,0504
16	Nitrato de potássio	101,1032
17	Salitre potássico	93,0490
18	Fosfito de potássio	60,0431
19	Fosfato monopotássico (MKP)	68,0428
20	Fosfato bipotássico	87,0880
21	Cloreto de cálcio penta-hidratado	100,5302
22	Cloreto de cálcio bi-hidratado	73,5073
23	Sulfato de cálcio (gesso)	86,0856
24	Nitrato de magnésio	128,2033
25	Sulfato de magnésio	171,2686
26	Ácido sulfúrico	49,0393
27	Ácido nítrico	63,0128
28	Fe EDTA	172,0280
29	Zn EDTA	176,7955
30	Cu EDTA	183,8898
31	Borax	190,6861
32	Solubor	206,2605
33	Ácido bórico	20,6110
34	Molibdato de sódio	120,9839
35	Molibdato de amônio	205,9996
36	Sulfato de cobre	124,8425
37	Sulfato ferroso	139,0073
38	Sulfato de ferro	78,6565
39	Cloreto férrico	90,0986
40	Sulfato de manganês	111,5309
41	Sulfato de zinco hepta-hidratado	143,7748
42	Sulfato de zinco mono-hidratado	89,7290
43	Sulfato de cobalto	140,5514

O modelo matemático proposto está sujeito às restrições de recomendação de adubação, compatibilidade entre os fertilizantes e condutividade elétrica da solução, as quais expressam características a serem consideradas no manejo da fertirrigação. As restrições de recomendação de adubação (Equações 2-13) correspondem à necessidade nutricional de macronutrientes e micronutrientes demandada pela cultura de acordo com o seu estágio fenológico.

Dessa maneira, a soma dos nutrientes contidos nas quantidades de fertilizantes a ser calculada deverá ser igual a recomendação de adubação previamente informada no modelo/ aplicativo. A condutividade elétrica é uma variável importante no planejamento da fertirrigação, o seu monitoramento permite a tomada de decisões mais assertivas durante a adubação e o manejo da cultura fertirrigada, contribuindo com uma produção mais econômica.

As restrições de condutividade elétrica da solução (Equação 14)

representam as quantidades de equivalentes que uma mistura de fertilizantes pode adicionar à solução. Dessa maneira, a soma dos equivalentes contidos nas quantidades de fertilizantes a ser calculada deverá ser menor ou igual a 40 equivalentes totais. As restrições de compatibilidade entre fertilizantes (Equação 15) são referentes aos fertilizantes que podem ou não ser misturados entre si. Dessa forma, impossibilitando a adição de um fertilizante que possa ser incompatível à solução.

Para a avaliação computacional do modelo matemático de fertirrigação (Equações 1-16), foram utilizados dados extraídos da literatura, em que, tomou-se por base a recomendação de adubação para a cultura do tomateiro em estufa (ambiente protegido), presente no Boletim 215 do Instituto Agrônomo de Campinas (TRANI, 2015). As quantidades de nutrientes recomendadas na fertirrigação do tomateiro são apresentadas na Tabela 2.

Tabela 2. Fertirrigação^(a) em quantidades de nutrientes para cultivo do tomateiro sob cultivo protegido, em diferentes períodos de desenvolvimento da cultura.

Macronutrientes						
Período	N	P ₂ O ₅	K ₂ O	Ca	Mg	S
DAT ⁽²⁾			g ^(c)			
10 a 35 dias	1800	2571	3568	428	204	353
36 a 60 dias	3478	3086	5238	1850	640	895
61 a 90 dias	4065	2237	8427	2238	1299	2311
91 a 150 dias	10398	4551	22332	6068	2162	5007
Total	19741	12445	39565	10584	4305	8566
Micronutrientes						
Período	B	Cu	Fe	Mn	Mo	Zn
DAT ⁽²⁾			g ^(c)			
10 a 35 dias	6	6	23	6	1	2
36 a 60 dias	7	7	26	7	1	3
61 a 90 dias	9	9	36	9	2	4
91 a 150 dias	18	18	73	18	4	7
Total	40	40	158	40	8	16

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em gramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: TRANI (2015).

Após a implementação do modelo, os dados de saída obtidos foram analisados tomando como referência as fontes de

nutrientes indicadas pelo Boletim do Instituto Agrônomo de Campinas (TRANI, 2015) (Tabela 3).

Tabela 3. Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes, para o tomateiro sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura.

Período	MAP	MgSO ₄	K ₂ SO ₄	KNO ₃	Ca(NO ₃) ₂	Micro
DAT ^(b)			g ^(c)			
10 a 35 dias	400	200	50	700	200	30
36 a 60 dias	500	650	50	1100	900	35
61 a 90 dias	300	1100	300	1200	900	40
91 a 150 dias	300	900	550	1500	1200	40
Total	1500	2850	950	4500	3200	145

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em gramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: TRANI (2015).

Com a aplicação do modelo determinou-se o custo da mistura ótima de fertilizantes, assim como, os tipos a serem utilizados na fertirrigação para atender a demanda nutricional indicada para a cultura

do tomate de mesa (Tabela 2). Os tipos de fertilizantes indicados pelo modelo foram: ureia, superfosfato simples, cloreto de potássio, fosfato monopotássico, nitrato de magnésio, sulfato de magnésio, ácido

bórico, molibdato de amônio, sulfato de cobre, sulfato de ferro, sulfato de manganês e sulfato de zinco (Tabela 4).

Tabela 4. Fertirrigação^(a) em quantidades de fertilizantes e seus respectivos custos, para o tomateiro sob cultivo protegido (estufa agrícola), nos diferentes períodos de desenvolvimento da cultura a partir da aplicação do modelo.

<i>i</i>	Fertilizante	Preço unitário (R\$ kg ⁻¹)	Quantidade			
			DAT ^(b)			
			10 a 35 dias	36 a 60 Dias	61 a 90 Dias	91 a 150 Dias
			kg ^(c)			
5	Ureia	1,840	0,3411	0,5949	0,6513	0,8564
6	Superfosfato simples	1,800	0,2024	0,9115	0,9126	1,2162
9	Cloreto de potássio	2,080	0,0946	0,4162	1,0271	1,4740
19	Fosfato monopotássico (MKP)	6,350	0,9865	1,0128	0,4851	0,3833
24	Nitrato de magnésio	3,140	0,0812	0,5551	0,2130	0,1073
25	Sulfato de magnésio	2,080	0,1598	0,1353	1,1885	1,0617
33	Ácido bórico	4,200	0,0005	0,0006	0,0009	0,0009
35	Molibdato de amônio	130,000		0,0005	0,0006	0,0005
36	Sulfato de cobre	12,600	0,0084	0,0099	0,0114	0,0113
37	Sulfato ferroso	3,000	0,0028	0,0034	0,0036	0,0035
40	Sulfato de manganês	19,000	0,0023	0,0028	0,0029	0,0029
41	Sulfato de zinco heptahidratado	6,240	0,0025	0,0030	0,0032	0,0031
	Custo (R\$)		8,2604	12,3355	11,5092	12,1084

(a) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(b) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

(c) Quantidade de nutrientes, em quilogramas, por período, para 1000 plantas de tomate.

Fonte: elaborado pelo autor, com base nos dados da pesquisa.

Ao considerar que os nutrientes descritos na Tabela 2, estão disponíveis em mais de um fertilizante, um total de 43 fontes possíveis de serem escolhidas, é possível realizar a substituição de uma determinada fonte de nutrientes, baseada na recomendação de adubação, nas características de cada fertilizante e na absorção pela plantas, por outra que possa suprir a necessidade nutricional de uma cultura, porém, com um preço menor,

permitindo assim reduzir o custo total referente a nutrição das plantas.

A partir da recomendação de adubação e das fontes de nutrientes recomendados pelo Boletim do Instituto Agrônomo de Campinas (IAC) para ambiente protegido (TRANI, 2015), foi calculado o custo da mistura de fertilizantes para o ciclo produtivo da cultura, período de 150 dias, cujo total foi de R\$ 839,50 de acordo com resumo apresentado na Tabela 5. Para o cálculo do custo total, foram

determinadas as quantidades de fertirrigação em cada período, de acordo com a recomendação de se realizar três

fertirrigações semanais, totalizando 58 aplicações durante o ciclo produtivo (150 dias) da cultura em questão.

Tabela 5. Custo dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do tomate de mesa^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC.

Período DAT ^(c)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Fertirrigação^(b) (Quantidade)	Custo total (R\$)
10 a 35 dias	8,219	11	88,068
36 a 60 dias	13,417	10	138,005
61 a 90 dias	14,589	12	181,328
91 a 150 dias	17,089	25	432,097
Total			839,498

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 plantas de tomate, ciclo produtivo de 150 dias ou 21 semanas, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

A aplicação do modelo matemático possibilitou a redução dos custos descritos na Tabela 5 em R\$ 174,90, tornando o custo da recomendação de aplicação inicial 21% menor, conforme resumo apresentado na Tabela 6. Isso foi possível em função da

diversificação de fertilizantes escolhida pelo modelo, que identificou fontes alternativas de nutrientes, porém com a mesma recomendação de adubação, ou seja, a necessidade nutricional da planta foi atendida com um custo menor (Tabela 6).

Tabela 6. Resultados obtidos para os custos dos fertilizantes utilizados na fertirrigação da cultura do tomate de mesa^(a), de acordo com a recomendação de adubação do Boletim IAC a partir da aplicação do modelo matemático.

Período DAT ^(c)	Custo unitário (R\$ kg ⁻¹)	Fertirrigação^(b) (Quantidade)	Custo total (R\$)
10 a 35 dias	8,260	11	88,504
36 a 60 dias	12,335	10	126,879
61 a 90 dias	11,509	12	143,043
91 a 150 dias	12,1084	25	306,169
Total			664,597

(a) Valores calculados considerando um total de 1000 plantas de tomate, ciclo produtivo de 150 dias ou 21 semanas, com três fertirrigações semanais.

(b) Realizar a fertirrigação três vezes por semana, observando a compatibilidade entre os fertilizantes utilizados.

(c) Dias após transplante das mudas para estufa agrícola.

Ao identificar a mistura ótima de fertilizantes, o modelo atendeu às restrições previamente estabelecidas dentre as fontes a serem escolhidas. Na aplicação de fertilizantes via fertirrigação, as restrições de compatibilidade, condutividade elétrica e solubilidade são pré-requisitos para o funcionamento de todo o processo de distribuição de fertilizantes via água, tornando-as imprescindíveis. Caso contrário, podem ocorrer danos ao sistema de distribuição, e consequentemente prejuízos financeiros ao produtor.

Dessa maneira, cabe destacar que, diferentemente das pesquisas apresentadas por Tieppo et al. (2010), Moreira-Barradas. Matula e Dolezal (2012), Pagán et al. (2015), Bueno-Delgado (2016), Almeida et al. (2016), Gallardo et al. (2016) e Pérez-Castro et al. (2017), a metodologia proposta contempla em suas restrições, as variáveis relacionadas à condutividade elétrica da solução, à compatibilidade entre os fertilizantes e à solubilidade, o que elimina a necessidade da realização de análises

adicionais após a implementação do modelo. Ou seja, o modelo matemático proposto atende às restrições preconizadas na fertirrigação para o cálculo da quantidade de fertilizantes, à um baixo custo, tornando-o mais completo e eficiente.

5 CONCLUSÃO

O modelo de otimização proposto possibilitou uma redução no custo da mistura de fertilizantes, o que acarreta em uma redução no custo total de produção.

O modelo matemático desenvolvido possibilitou a realização dos cálculos das quantidades de fertilizantes, atendendo as restrições preconizadas na fertirrigação de compatibilidade, condutividade elétrica e solubilidade, à um custo mínimo.

Portanto, a metodologia proposta nessa pesquisa apresenta-se como uma importante ferramenta para auxiliar no manejo adequado da fertirrigação.

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. N.; COSTA, J. O.; GRECCO, K. L.; ALVES, B. A.; MARQUES, P. A. A. Modelo computacional para manejo da fertirrigação em sistemas de microirrigação. **Revista Geama**, Recife, v. 4, n. 1, p. 30-37, 2016. Disponível em: <http://www.ead.codai.ufrpe.br/index.php/geama/article/view/751>. Acesso em: 15 jul. 2018.

BUENO-DELGADO, M. V. Ecofert: An Android application for the optimization of fertilizer cost in fertigation. **Computers and Electronics in Agriculture**, Amsterdam, v. 121, p. 32-42, 2016. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169915003439>. Acesso em: 29 jul. 2018.

COELHO, A. P.; DALRI, A. B.; ANDRADE LANDELL, E. P.; FARIA, R. T.; PALARETTI, L. F. Produtividade inicial e eficiência no uso da água de cultivares de cana-de-açúcar fertirrigadas e plantadas por mudas pré-brotadas. **Scientia Agraria**, Curitiba, v. 19, n. 2, p. 57-64, 2018.

CONAB. **Preços agropecuários**. Brasília, DF: Conab, 2019. Disponível em: <https://consultaweb.conab.gov.br/consultas/consultaInsumo.do?method=acaoCarregarConsulta>. Acesso em: 29 ago. 2019.

- CORRÊA, S. T. R.; LORENÇONI, R.; DOURADO NETO, D.; SCARPARE, F. V.; VIVIAN, R.; RUIZ, E. T. Aplicações e Limitações da Modelagem em Agricultura – Revisão. **Revista de Agricultura**, Piracicaba, v. 86, n. 1, p. 1-13, 2011. Disponível em: http://www.revistadeagricultura.org.br/index.php/revistadeagricultura/article/view/75/pdf_2789. Acesso em: 18 abr. 2019.
- DELAZARI, F. T.; SILVA, M. G.; DARIVA, F. D.; FREITAS, D. S.; NICK, C. Eficiência no uso da água e acúmulo de matéria na batata-doce em função de lâminas de irrigação. **Revista Irriga**, Botucatu, v. 22, n. 1, p. 115-128, 2018.
- DIMENSTEIN, L. **Manejo da fertirrigação**. São Paulo: Specialty fertilizers, 2017.
- DONG, Q.; SUN, Q.; HU, Y.; XU, Y.; QU, M. Data-driven horticultural crop model for optimal fertigation management -a methodology description. **IFAC – Papers online**, Amsterdam, v. 51, n. 17, p. 472-476, 2018. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2405896318312850>. Acesso em: 12 ago. 2018.
- FAO. Performance evaluation of Makhamthao Uthong project with a rapid appraisal procedure. **Water and Energy International**, New Delhi, v. 58, n. 2, p. 37-42, 2001.
- GALLARDO, M.; ARRABAL, F.; PADILLA, F. M.; PEÑA-FLEITAS, M. T.; THOMPSON, R. B. VegSyst-DSS software to calculate N and irrigation requirements for seven vegetable species grown with fertigation in greenhouses in SE Spain. **Acta Horticulturae**, Leuven, v. 1182, p. 65-72, 2017.
- HESTENES, M. R.; STIEFEL, E. Methods of conjugate gradients for solving linear systems. **Journal of Research of the National Bureau Standards**, Gaithersburg, v. 49, n. 6, p. 409-436, 1952. Disponível em: https://nvlpubs.nist.gov/nistpubs/jres/049/jresv49n6p409_A1b.pdf. Acesso em: 15 nov. 2019.
- LANDIS, T. D. Mineral nutrients and fertirrigation. *In*: LANDIS, T. D.; TINUS, R. W.; McDONALD, S. E.; BARNETT, J. P. **The container tree nursery manual**. Washington: Department of Agriculture, Forest Service, 1989. p. 1-67.
- LUENBERGER, D. G.; YE, Y. **Linear and nonlinear programming**. 4. ed. New York: Springer, 2008.
- MATEUS, G. R.; LUNA, H. P. L. **Programação não linear**. Belo Horizonte: UFMG, 1986.
- MOREIRA-BARRADAS, J. M.; MATULA, S.; DOLEZAL, F. A Decision Support System-Fertigation Simulato(DSS-FS) for design and optimization of sprinkler and drip irrigation systems. **Computers and Electronics in Agriculture**, Amsterdam, v. 86, p. 111-119, 2012. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168169912000555>. Acesso em: 15 abr. 2018.
- PAGÁN, F. J.; FERÁNDEZ-VILLENA, M.; FERNÁNDEZ-PACHECO, D. G.; ROSILLO, J. J.; MOLINA-MARTÍNEZ, J. M. Optifer: an application to optimize fertiliser costs in

fertigation. **Agricultural Water Management**, Amsterdam, v. 151, p. 19-29, 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378377414003680>. Acesso em: 10 abr. 2018.

PÉREZ-CASTRO, A.; SÁNCHEZ-MOLINA, J. A.; CASTILLA, M.; SÁNCHEZ-MORENO, J.; MORENO-ÚBEDA, J. C.; MAGÁN, J. J. cFertigUAL: A fertigation management app for greenhouse vegetable crops. **Agricultural Water Management**, Amsterdam, v. 183, p. 186-193, 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037837741630364X>. Acesso em: 29 ago. 2018.

ROCHA, C. T. D.; CHRISTOFIDIS, D. Vantagens da opção pela agricultura irrigada. **Revista de política agrícola**, Brasília, DF, v. 24, n. 2, p. 17-25, 2015.

SAAD, J. C. C.; FRIZZONE, J. A. Designer and management optimization of trickle irrigation systems using nonlinear programming. **Journal of Agricultural Engineering Research**, London, v. 64, n. 2, p. 109-118, 1996. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0021863496900529>. Acesso em: 12 abr. 2018.

SHAMIR, E.; MEGDAL, S. B.; CARRILLO, C.; CASTRO, C. L.; CHANG, H. I.; CHIEF, K.; PRIETTO, J. Climate change and water resources management in the Upper Santa Cruz River, Arizona. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, v. 521, p. 18-33, 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022169414009846>. Acesso em: 23 ago. 2019.

SINHA, A. K.; RAO, B. V.; BISCHOF, C. H. Nonlinear optimization model for screening multipurpose reservoir systems. **Journal of Water Resources Planning and Management**, Reston, v. 125, n. 4, p. 229-233, 1999. Disponível em: [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9496\(1999\)125:4\(229\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9496(1999)125:4(229)). Acesso em: 12 abr. 2018.

TEIXEIRA, M. R. A. **Utilização do geoprocessamento na análise ambiental e sua importância na tomada de decisões**: Um estudo do geoprocessamento em pesquisas sobre ocupação desordenada do solo. Brasília, DF: Instituto CEUB de Pesquisa e Desenvolvimento, 2015.

TEJADA-CASTRO, M.; DELGADO-VERA, C.; GARZÓN-GOYA, M.; SINCHEGUZMAM, A.; CÁRDENAS-ROSALES, X. Trends in the Use of Webapps in Agriculture: A Systematic Review. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ICTS IN AGRONOMY AND ENVIRONMENT, 2., 2019, Guayaquil. **Proceedings** [...]. Guayaquil: Springer, 2019. p. 130-142. Disponível em: https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-10728-4_14. Acesso em: 12 ago. 2018.

TIEPPO, R.; CREMON, C.; SILVA, L. C.; DALLACORT, R.; SANTI, A. Sistema Computacional para Otimização na Seleção de Fertilizantes. **Scientia Plena**, Aracaju, v. 6, n.

11, p. 1-4, 2010. Disponível em: <https://scientiaplena.org.br/sp/article/view/85>. Acesso em: 24 nov. 2018.

TRANI, P. E. **Calagem e Adubação do tomate de mesa**. Campinas: Instituto Agronômico de Campinas, 2015. 35 p. (Boletim 215).

XU, G.; MANGEN, H.; TARCHITZKY, J.; KAFKAFI, U. Advances in chloride nutrition of plants. **Advances in Agronomy**, New York, v. 68, n. 1999, p. 97-150, 2000.

VILLAS BOAS, R. L. V.; ZANINI, J. R.; FEITOSA FILHO, J. C. Uso e manejo de fertilizantes em fertirrigação. *In*: ZANINI, J. R.; VILLAS BOAS, R. L. V.; FEITOSA FILHO, J. C. **Uso e manejo da fertirrigação e hidroponia**. Jaboticabal: FUNESP, 2002. p. 1-25.

WHO. **World Population Prospects: Final Report**. New York: WHO, 2019.

YEH, W. W. G. Reservoir management and operations models: a state of the art Review. **Water Resources Research**, Washington, v. 21, n. 12, p.1797-1818, 1985. Disponível em: <https://agupubs.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1029/WR021i012p01797>. Acesso em: 20 ago. 2019.

YOUSIF, M. E. R.; GHAFAR, K.; ZAHARI, R.; LIM, T. H. A rule-based smart automated fertilization and irrigation systems. *In*: INTERNATIONAL CONFERENCE ON GRAPHIC AND IMAGE PROCESSING, 9., 2017, Qingdao. **Proceedings** [...]. Qingdao: International Society for Optics and Photonics, 2018. Disponível em: <https://www.spiedigitallibrary.org/conference-proceedings-of-spie/10615/106155J/A-rule-based-smart-automated-fertilization-and-irrigation-systems/10.1117/12.2303556.short>. Acesso em: 27 ago. 2019.