

## MODELOS DE DECISÃO PARA OTIMIZAÇÃO ECONÔMICA DO USO DA ÁGUA EM ÁREAS IRRIGADAS DA FAZENDA EXPERIMENTAL VALE DO CURU, PENTECOSTE – CE

**Rodrigo Peixoto de Castro<sup>1</sup>; Raimundo Nonato Távora Costa<sup>1</sup>; Luiz Artur Clemente da Silva<sup>1</sup>; Raimundo Rodrigues Gomes Filho<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Departamento de Engenharia Agrícola, CCA, Universidade Federal do Ceara, Fortaleza, CE, rmtcosta@ufc.br*

<sup>2</sup>*Instituto Centro de Ensino Tecnológico, Curso de Tecnologia da Irrigação, Sobral, CE*

### 1 RESUMO

O trabalho teve como objetivo desenvolver e comparar dois modelos de programação linear para quantificar as variáveis do processo de produção, que otimize o uso da água em uma área irrigada da Fazenda Experimental Vale do Curu, Pentecoste – CE, a fim de que a produtividade das culturas seja maximizada por unidade de água, utilizando como parâmetro determinante a maximização da receita líquida anual. Os modelos estudados foram: o modelo com lâminas alternativas de água (LA), que consiste em um modelo de programação separável, e o modelo com lâminas máximas de água (LM), o qual é uma formulação padrão de programação linear. Depois foram estudados os efeitos de quatro condições de disponibilidade de água. Os modelos foram constituídos por uma função - objetivo, sujeita às restrições dos recursos terra (33 ha) e volume mensal de água (31104 mm.ha). No estudo consideraram-se sete culturas bastante difundidas na região e que dispunham de funções de produção à água obtidas no local do estudo: feijão vigna, algodão, tomate, melancia, melão, milho verde e cebola. A maximização da receita líquida foi maior no modelo de lâminas alternativas de água (R\$ 221.422,00). O modelo com lâminas máximas de água apresentou uma receita líquida de R\$ 221.125,00. Ambos os modelos utilizaram o mesmo padrão de cultivo anual: algodão (33 ha), milho (33 ha), cebola (33 ha), melancia (29 ha) e feijão vigna (4 ha). Para os dois modelos estudados, a disponibilidade de terra para todos os meses foi restritiva. Já as disponibilidades de água em todos os meses não foram limitantes, apresentando assim preços-sombra iguais à zero. A receita líquida aumentou à medida que se elevou a disponibilidade de água, para os modelos estudados.

**UNITERMOS:** programação linear; eficiência econômica; irrigação.

**CASTRO, R. P. de; COSTA, R. N.T.; SILVA, L. A. C. da; GOMES FILHO, R.R.  
DECISION MODELS FOR ECONOMICAL OPTIMIZATION OF IRRIGATION  
WATER USE IN CURU VALLEY EXPERIMENTAL FARM, PENTECOSTE,  
CEARÁ, BRAZIL**

### 2 ABSTRACT

The objective of this paper was to develop and compare two linear programming models to quantify the production variables in order to optimize water use in the Curu

Valley Experimental Farm irrigated agriculture in Pentecoste, Ceará, Brazil, so that crop yield is maximized for water unit, using the annual net income as a determining parameter. The following models were studied: the alternative depth model, consisting of a separable programming model, and, the model with maximum water depths, which is a standard linear programming formulation. Also the effects of four water availabilities were studied. The models were based on an objective – function, under land resources (33 ha) and monthly water volume (31.104 mm.ha) constraint, to maximize the farmer's net income. The study considered seven very used crops in the region with available locally obtained production functions: cowpea, cotton, tomato, watermelon, melon, green corn and onion.

The maximization of net benefit was larger when using the alternative depths model (R\$ 221,422.00), as compared to the maximum water depth model (R\$ 221,125.00). Both models used the same annual crop pattern: cotton (33 ha), green corn (33 ha), onion (33 ha), watermelon (29 ha) and cowpea (4 ha). Land availability was a limitation for both models for all months. However, availability of water was not limiting, presenting shadow – price zero. The net benefit increased with increase in water availability for all studied models.

**KEYWORDS:** linear programming; net benefit maximization; inputs.

### 3 INTRODUÇÃO

O setor de irrigação é o maior usuário dos recursos hídricos na bacia do Rio Curu demandando  $143,4 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{ano}$ , enquanto todos os outros tipos de uso somados geram uma demanda de  $17,8 \cdot 10^6 \text{ m}^3/\text{ano}$ . O consumo de água na agricultura se concentra em grandes perímetros públicos, destacando-se o Perímetro Curu-Pentecoste, o qual possui uma área de 1068 ha, irrigados por superfície. Atualmente, a irrigação nesse perímetro é caracterizada pelo baixo nível tecnológico, resultando em baixa eficiência na utilização dos recursos hídricos. Nesse caso as estratégias utilizadas visando a economia no uso de água na agricultura irrigada devem ter como objetivo reduzir os desperdícios de água, levando-se em conta a sustentabilidade do sistema do ponto de vista econômico, social e ambiental.

A irrigação é uma técnica alternativa que visa o aumento da produtividade das culturas, especialmente em regiões áridas e semi-áridas; esta técnica, entretanto, apresenta grande impacto nas disponibilidades hídricas dos mananciais d'água, devido ao grande consumo de água requerido nos sistemas de irrigação, em especial nas regiões com elevada concentração de áreas irrigadas, principalmente na época da seca (Costa, 1991).

Como a dependência da produção de áreas irrigadas aumenta a cada ano, a agricultura irrigada está enfrentando sérios desafios, que ameaçam sua sustentabilidade. De acordo com Gates et al. (1991) em muitas partes do mundo a água está se tornando escassa. A competição pela demanda com os centros urbanos e industriais está impondo pressão sobre a agricultura irrigada, no sentido de promover melhoria na eficiência do uso da água.

A produção agrícola tem como fatores complementares na rentabilidade econômica a água e os nutrientes, e o uso eficiente desses recursos constitui fator preponderante para o êxito da agricultura. Um manejo eficiente da irrigação requer informações relacionadas às necessidades de água das culturas e da função de produção das culturas à água. O uso das funções de resposta permite encontrar-se soluções úteis na otimização do uso da água e dos fertilizantes, obtendo-se o máximo do produto com determinado custo de produção.

Em áreas irrigadas, onde várias culturas em diferentes regimes de irrigação estão competindo por uma quantidade limitada de água, uma maneira de se escolher uma lâmina de água economicamente viável entre diferentes opções de lâminas de água existentes, é a utilização de técnicas que auxiliem na tomada de decisão, e a programação linear (PL) é um excelente instrumento para a alocação ótima desses recursos.

O método visa otimizar (maximizar ou minimizar) uma função objetivo, considerando os diversos caminhos disponíveis para alcançá-lo, bem como as restrições impostas pelas limitações dos recursos escassos.

Segundo English et al. (1990) pode-se obter aumento na receita líquida quando o volume de água disponível é limitante à produção e a água economizada pela aplicação de uma lâmina de irrigação, que proporciona déficit hídrico na cultura, pode ser utilizada no aumento da área irrigada.

O trabalho teve como objetivo, desenvolver e comparar dois modelos de programação linear para quantificar as variáveis do processo de produção, que otimizem o uso da água em uma área irrigada da Fazenda Experimental Vale do Curu, em Pentecoste – CE, a fim de que a produtividade das culturas seja maximizada por unidade de água, utilizando como parâmetro determinante, a maximização da receita líquida anual.

## 4 MATERIAL E MÉTODOS

### 4.1. Caracterização da área

A área irrigada objeto do presente estudo, dispõe de um volume mensal de água de 31104 mm.ha, ocupando 33 hectares da Fazenda Experimental Vale do Curu (FEVC), pertencente ao Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Ceará, no município de Pentecoste - CE, a 110 km de Fortaleza, geograficamente localizada entre os paralelos 3° 45' e 4° 00' de latitude Sul e os meridianos 39° 15' e 39° 30' Oeste, com altitude de aproximadamente 47 metros.

### 4.2. Modelo com lâminas alternativas e máximas de água

Os modelos formulados consistem de uma função - objetivo que foi estabelecida como a maximização dos retornos líquidos anuais (RL), sujeito às restrições de disponibilidade de água, terra e demanda interna.

#### 4.2.1. Modelo com lâminas máximas de água

Função - objetivo:

$$\text{MAX RL} = \sum_{i=1}^n P_i X_i Y_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} X_i C_j \quad (01)$$

Sujeito às restrições:

$$\sum_{i=1}^n W_i X_i \leq WM_g \quad (i=1\dots, n; g=1\dots, 12) \quad (02)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m A_{ij} X_i \leq S_j \quad (i=1\dots, n; j=1\dots, m) \quad (03)$$

$$X_i \geq 0 \quad (04)$$

Sendo:

Max RL : maximização da receita líquida;

$i$  : número inteiro representando a cultura ( $i = 1, 2, \dots, n$ );

$j$  : número inteiro representando outros insumos ( $j = 1, 2, \dots, n$ );

$g$  : número inteiro representando o mês do ano ( $g = 1, 2, \dots, 12$ );

$P_i$  : preço unitário do produto da  $i$ -ésima cultura;

$X_i$  : área cultivada com a  $i$ -ésima cultura;

$Y_i$  : produtividade obtida da cultura  $i$ ;

$A_{ij}$  : quantidade demandada do insumo  $j$  pela cultura  $i$ ;

$C_j$  : custo unitário do insumo  $j$  usado pela cultura  $i$ ;

$W_i$  : quantidade de água por unidade de área para irrigar a  $i$ -ésima cultura;

WM : quantidade mensal de água disponível;

$S_j$  : disponibilidade máxima do insumo  $j$ .

#### 4.2.2 Modelo com lâminas alternativas de água

$$\text{MAX RL} = \left[ \sum_{i=1}^n X_{i0} Y_{i0} - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^s X_{ik} \Delta Y_{ik} \right] P_i - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^s A_{ij} (X_{i0} - X_{ik}) C_j \quad (05)$$

Tendo como restrições:

$$\sum_{i=1}^n X_{i0} W_{i0} - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^s X_{ik} \Delta W_{ik} \leq WM_g \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, s; g = 1, \dots, 12) \quad (06)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^s A_{ij} (X_{i0} - X_{ik}) \leq S_j \quad (i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, s; j = 1, \dots, m) \quad (07)$$

$$X_{ik} - X_{i0} \leq 0 \quad (i=1, \dots, n; k=1, \dots, s) \quad (08)$$

$$X_i \geq X_{\min} \quad (09)$$

$$X_{i0} \geq 0 \quad (i=1, \dots, n; k=1, \dots, s) \quad (10)$$

$$X_{ik} \geq 0 \quad (i=1, \dots, n; k=1, \dots, s) \quad (11)$$

Sendo:

$k$  : número inteiro representando o incremento da água ( $k = 1, 2, \dots, n$ );

$X_{ik}$  : área cultivada com a  $i$ -ésima cultura utilizando uma lâmina alternativa;

$X_{i0}$  : área cultivada com a  $i$ -ésima cultura utilizando a lâmina máxima;

$Y_{i0}$  : produção máxima da  $i$ -ésima cultura;

$\Delta Y_{ik}$  : balanço de produção para a cultura  $i$  no segmento  $k$ ;

$W_{i0}$  : lâmina máxima utilizada pela  $i$ -ésima cultura;

$\Delta W_{ik}$  : balanço de água para a cultura  $i$  no segmento  $k$ ;

Onde a equação 05 é uma função - objetivo linear; a equação 06 é uma restrição da disponibilidade de água, a equação 07 é uma restrição quanto à disponibilidade de recursos diversos; a equação 08 é uma restrição quanto à necessidade de que a área total disponível à irrigação seja igual à área total cultivada sob irrigação; a equação 09 é uma restrição de áreas mínimas cultivadas com a cultura  $i$ , representando exigências de consumo interno, as equações 10 e 11 são restrições de não negatividade.

### 4.3. Padrão de culturas

No estudo consideraram-se sete culturas bastante exploradas pelos pequenos produtores em Pentecoste - CE: feijão vigna, milho verde, cebola, tomate, algodão, melão e melancia, onde o padrão de ocupação é apresentado no Tabela 1.

### 4.4. Função de resposta das culturas à água

As funções de resposta das culturas à água foram desenvolvidas com base nas seguintes bibliografias: Lima (1999), Gomes (2000), Monteiro (2004), Carrari (1982), Soares (2000), Pesquera (1998) e Almeida (1987). As equações de melhor ajuste são apresentadas na Tabela 2.

**Tabela 1.** Calendário anual de cultivo da área do estudo.

Mês	Culturas						
	Melancia	Melão	Feijão	Algodão	Tomate	Milho Verde	Cebola
Janeiro							XX
Fevereiro						XX	
Março						XX	
Abril						XX	
Maio				XX			
Junho				XX			
Julho				XX			
Agosto	XX	XX	XX		XX		
Setembro	XX	XX	XX		XX		
Outubro	XX	XX	XX		XX		
Novembro					XX		XX
Dezembro							XX

**Tabela 2.** Funções de resposta das culturas à água

Cultura	Equações	Referência
Melão	$Y = - 0,0379 W^2 + 54,132 W + 5420,3$	Monteiro (2004)
Tomate	$Y = - 0,017 W^2 + 48,203 W + 9356,5$	Carrari (1982)
Algodão	$Y = - 0,0066 W^2 + 9,8698 W + 484,97$	Gomes (2000)
Feijão	$Y = - 0,061 W^2 + 29,313 W + 2092,5$	Lima (1999)
Melancia	$Y = - 1,1064 W^2 + 503,89 W + 2931,6$	Soares (2000)
Cebola	$Y = -0,033W^2 + 2,4243 W - 429,57$	Pesquera (1998)
Milho	$Y = - 0,017 W^2 + 33,89 W - 13570,9$	Almeida (1987)

Y: Produtividade (kg/ha); W: Lâmina de água (mm)

As funções de resposta de todas as culturas foram divididas em k segmentos lineares, com a zona de alocação de recursos observando a lâmina mínima de água, abaixo da qual a planta sofre estresse e a produtividade é bastante reduzida.

As lâminas máximas e mínimas de água, bem como suas respectivas produtividades, são apresentadas na Tabela 3.

**Tabela 3.** Lâminas máximas e mínimas para cada cultura e suas respectivas produtividades

Culturas	W min	Y min	W max	Y max
	(mm)	(kg/ha)	(mm)	(kg/ha)
Feijão Vigna	95	142	240	1429
Algodão	323	2014	748	3205
Melão	314	18681	714	24749
Melancia	80	36162	228	60303
Tomate	500	29208	1418	43526
Cebola	305	1498	366	13710
Milho	710	1921	997	3319

#### 4.5. Descrição dos modelos

Os modelos de programação linear propostos consistiram de uma função - objetivo, sujeita às restrições no uso dos recursos terra, água e demanda interna, visando à maximização da receita líquida do produtor. Os modelos estão descritos abaixo:

##### 4.5.1 Modelo com lâminas máximas de água

$$\text{MAX RL} = 51A_1 + 1192B_1 + 3782C_1 + 3914D_1 + 2806E_1 + 70F_1 + 1993G_1 \quad (12)$$

Sendo:

MAX RL – maximização da receita líquida

A<sub>1</sub> – áreas plantadas com feijão vigna (ha)

B<sub>1</sub> – áreas plantadas com algodão (ha)

C<sub>1</sub> – áreas plantadas com tomate (ha)

D<sub>1</sub> – áreas plantadas com melancia (ha)

E<sub>1</sub> – áreas plantadas com melão (ha)

F<sub>1</sub> – áreas plantadas com milho (ha)

G<sub>1</sub> – áreas plantadas com cebola (ha)

Os coeficientes técnicos da função – objetivo representam a renda líquida por hectare obtida com a lâmina máxima de água. O modelo apresenta as seguintes restrições:

1) ÁREA

$$\text{AJAN) } G_1 \leq 33 \quad (13)$$

$$\text{AFEV) } F_1 \leq 33 \quad (14)$$

$$\text{AMAR) } F_1 \leq 33 \quad (15)$$

$$\text{AABR) } F_1 \leq 33 \quad (16)$$

$$\text{AMAI) } B_1 \leq 33 \quad (17)$$

$$\text{AJUN) } B_1 \leq 33 \quad (18)$$

$$\text{AJUL) } B_1 \leq 33 \quad (19)$$

$$\text{AAGO) } A_1 + C_1 + D_1 + E_1 \leq 33 \quad (20)$$

$$\text{ASET) } A_1 + C_1 + D_1 + E_1 \leq 33 \quad (21)$$

$$\text{AOUT) } A_1 + C_1 + D_1 + E_1 \leq 33 \quad (22)$$

$$\text{ANOV) } C_1 + G_1 \leq 33 \quad (23)$$

$$\text{ADEZ) } G_1 \leq 33 \quad (24)$$

As restrições de área (13 – 24), significam que a combinação das sete culturas estudadas devem ocupar uma área menor ou igual à área disponível (33 ha) durante o ano.

## 2) ÁGUA

$$\text{WJAN) } 116,0 G_1 \leq 31104 \quad (25)$$

$$\text{WFEV) } 311,5 F_1 \leq 31104 \quad (26)$$

$$\text{WMAR) } 443,6 F_1 \leq 31104 \quad (27)$$

$$\text{WABR) } 242,0 F_1 \leq 31104 \quad (28)$$

$$\text{WMAI) } 162,7 B_1 \leq 31104 \quad (29)$$

$$\text{WJUN) } 321,3 B_1 \leq 31104 \quad (30)$$

$$\text{WJUL) } 264,0 B_1 \leq 31104 \quad (31)$$

$$\text{WAGO) } 61,3 A_1 + 286,9 C_1 + 33,5 D_1 + 55,3 E_1 \leq 31104 \quad (32)$$

$$\text{WSET) } 112,1 A_1 + 327,8 C_1 + 127,0 D_1 + 361,4 E_1 \leq 31104 \quad (33)$$

$$\text{WOUT) } 66,6A_1 + 524,4 C_1 + 67,5 D_1 + 297,3 E_1 \leq 31104 \quad (34)$$

$$\text{WNOV) } 278,9 C_1 + 97,7 G_1 \leq 31104 \quad (35)$$

$$\text{WDEZ) } 152,3 G_1 \leq 31104 \quad (36)$$

As equações referentes à restrição de água mensal (25 – 36), garantem que em nenhum mês do ano a demanda de água pelas culturas seja maior do que a disponibilidade mensal de água (31104 mm.ha). Posteriormente, simulou-se três valores para a disponibilidade de volume de água mensal: 24.883; 18662 e 12442 mm.ha, correspondendo a 0,8; 0,6 e 0,4 do volume mensal de água disponível inicialmente.

## 3) PRODUÇÃO DAS CULTURAS

$$\text{MINFVI) } A_1 \geq 4 \quad (37)$$

Sendo:

MINFVI – área mínima, em ha, a ser cultivada com feijão vigna para atender a demanda interna.

### 4.5.2 Modelo com lâminas alternativas de água

$$\begin{aligned} \text{MAX RL} = & 2064A_1X_8 + 796A_1X_7 + 607A_1X_6 + 302A_1X_5 + 220A_1X_4 + 136A_1X_3 + 38A_1X_2 \\ & + 15A_1X_1 + A_1X_0 + 96B_1X_8 + 494B_1X_7 + 348B_1X_6 + 120B_1X_5 + 84B_1X_4 + 47B_1X_3 + \\ & 12B_1X_2 - 3B_1X_1 - 6B_1X_0 + 878C_1X_8 + 1145C_1X_7 + 860C_1X_6 + 457C_1X_5 + 297C_1X_4 + \\ & 101C_1X_3 + 31C_1X_2 + 12C_1X_1 + C_1X_0 + 792D_1X_8 + 1142D_1X_7 + 883D_1X_6 + 445D_1X_5 + \\ & 330D_1X_4 + 215D_1X_3 + 64D_1X_2 + 35D_1X_1 + 8D_1X_0 + 486E_1X_8 + 1035E_1X_7 + 732E_1X_6 + \\ & 252E_1X_5 + 176E_1X_4 + 70E_1X_3 + 42E_1X_2 + 13E_1X_1 - 387F_1X_8 + 150F_1X_7 + 120F_1X_6 + \\ & 91F_1X_5 + 51F_1X_4 + 32F_1X_3 + 9F_1X_2 + 4F_1X_1 + 0F_1X_0 - 2885G_1X_8 + 2687G_1X_7 + 945G_1X_6 \\ & + 680G_1X_5 + 241G_1X_4 + 175G_1X_3 + 108G_1X_2 + 33G_1X_1 + 9G_1X_0 \end{aligned} \quad (38)$$

Sendo:

MAX RL – maximização da receita líquida

$A_1X_0, A_1X_1, \dots, A_1X_8$  – áreas plantadas com feijão vigna (ha)

$B_1X_0, B_1X_1, \dots, B_1X_8$  – áreas plantadas com algodão (ha)

$C_1X_0, C_1X_1, \dots, C_1X_8$  – áreas plantadas com tomate (ha)

$D_1X_0, D_1X_1, \dots, D_1X_8$  – áreas plantadas com melancia (ha)

$E_1X_0, E_1X_1, \dots, E_1X_8$  – áreas plantadas com melão (ha)

$F_1X_0, F_1X_1, \dots, F_1X_8$  – áreas plantadas com milho (ha)

$G_1X_0, G_1X_1, \dots, G_1X_8$  – áreas plantadas com cebola (ha)

Neste modelo, as culturas podem ser irrigadas com diferentes lâminas ( $X_8, X_7, \dots, X_0$ ).  $X_8$  representa a lâmina mínima, bem como  $X_0$ , a lâmina máxima. O modelo apresenta as seguintes restrições:

### 1) ÁREA

$$\text{AJAN) } G_1X_8 \leq 33$$

(39)

$$\text{AFEV) } F_1X_8 \leq 33$$

(40)

$$\text{AMAR) } F_1X_8 \leq 33$$

(41)

$$\text{AABR) } F_1X_8 \leq 33$$

(42)

$$\text{AMAI) } B_1X_8 \leq 33$$

(43)

$$\text{AJUN) } B_1X_8 \leq 33$$

(44)

$$\text{AJUL) } B_1X_8 \leq 33 \quad (45)$$

$$\text{AAGO) } A_1X_8 + C_1X_8 + D_1X_8 + E_1X_8 \leq 33 \quad (46)$$

$$\text{ASET) } A_1X_8 + C_1X_8 + D_1X_8 + E_1X_8 \leq 33 \quad (47)$$

$$\text{AOUT) } A_1X_8 + C_1X_8 + D_1X_8 + E_1X_8 \leq 33 \quad (48)$$

$$\text{ANOV) } C_1X_8 + G_1X_8 \leq 33 \quad (49)$$

$$\text{ADEZ) } G_1X_8 \leq 33 \quad (50)$$

### 2) ÁGUA

$$\text{WJAN) } 96,7G_1X_8 + 6,3G_1X_7 + 3,2G_1X_6 + 3,2G_1X_5 + 1,6G_1X_4 + 1,6G_1X_3 + 1,6G_1X_2 + 1,0G_1X_1 + 1,0G_1X_0 \leq 31104 \quad (51)$$

$$\text{WFEV) } 221,8F_1X_8 + 15,6F_1X_7 + 15,6F_1X_6 + 15,6F_1X_5 + 12,5F_1X_4 + 12,5F_1X_3 + 6,3F_1X_2 + 6,3F_1X_1 + 5,3F_1X_0 \leq 31104 \quad (52)$$

$$\text{WMAR) } 315,9F_1X_8 + 22,3F_1X_7 + 22,3F_1X_6 + 22,3F_1X_5 + 17,8F_1X_4 + 17,8F_1X_3 + 8,9F_1X_2 + 8,9F_1X_1 + 7,6F_1X_0 \leq 31104 \quad (53)$$

$$\text{WABR) } 172,3F_1X_8 + 12,1F_1X_7 + 12,1F_1X_6 + 12,1F_1X_5 + 9,7F_1X_4 + 9,7F_1X_3 + 4,8F_1X_2 + 4,8F_1X_1 + 4,1F_1X_0 \leq 31104 \quad (54)$$

$$\text{WMAI) } 70,3B_1X_8 + 21,7B_1X_7 + 21,7B_1X_6 + 10,8B_1X_5 + 10,8B_1X_4 + 10,8B_1X_3 + 8,7B_1X_2 + 4,4B_1X_1 + 3,3B_1X_0 \leq 31104 \quad (55)$$

$$\text{WJUN) } 138,7B_1X_8 + 43,0B_1X_7 + 43,0B_1X_6 + 21,5B_1X_5 + 21,5B_1X_4 + 21,5B_1X_3 + 17,2B_1X_2 + 8,6B_1X_1 + 6,4B_1X_0 \leq 31104 \quad (56)$$

$$\text{WJUL) } 114,0B_1X_8 + 35,3B_1X_7 + 35,3B_1X_6 + 17,7B_1X_5 + 17,7B_1X_4 + 17,7B_1X_3 + 14,1B_1X_2 + 7,0B_1X_1 + 5,3B_1X_0 \leq 31104 \quad (57)$$

$$\text{WAGO) } 24,3A_1X_8 + 7,5A_1X_7 + 7,5A_1X_6 + 5,0A_1X_5 + 5,0A_1X_4 + 5,0A_1X_3 + 2,5A_1X_2 + 2,5A_1X_1 + 1,3A_1X_0 + 101,1C_1X_8 + 60,7C_1X_7 + 40,5C_1X_6 + 30,3C_1X_5 + 30,3C_1X_4 + 18,2C_1X_3 + 10,1C_1X_2 + 8,1C_1X_1 + 7,7C_1X_0 + 11,7D_1X_8 + 4,4D_1X_7 + 4,4D_1X_6 + 2,9D_1X_5 + 2,9D_1X_4 + 2,9D_1X_3 + 1,5D_1X_2 + 1,5D_1X_1 + 1,2D_1X_0 + 24,4E_1X_8 + 7,8E_1X_7 + 7,8E_1X_6 +$$

$$3,9E_1X_5 + 3,9E_1X_4 + 2,3E_1X_3 + 2,3E_1X_2 + 1,6E_1X_1 + 1,6E_1X_0 \leq 31104 \quad (58)$$

$$\text{WSET) } 44,4A_1X_8 + 14,1A_1X_7 + 14,1A_1X_6 + 9,4A_1X_5 + 9,4A_1X_4 + 9,4A_1X_3 + 4,7A_1X_2 + 4,7A_1X_1 + 2,3A_1X_0 + 115,6C_1X_8 + 69,4C_1X_7 + 46,2C_1X_6 + 34,7C_1X_5 + 34,7C_1X_4 + 20,8C_1X_3 + 11,6C_1X_2 + 9,2C_1X_1 + 8,8C_1X_0 + 44,6D_1X_8 + 16,7D_1X_7 + 16,7D_1X_6 + 11,2D_1X_5 + 11,2D_1X_4 + 11,2D_1X_3 + 5,5D_1X_2 + 5,5D_1X_1 + 4,4D_1X_0 + 158,9E_1X_8 + 50,6E_1X_7 + 50,6E_1X_6 + 25,3E_1X_5 + 25,3E_1X_4 + 15,2E_1X_3 + 15,2E_1X_2 + 10,1E_1X_1 + 10,1E_1X_0 \leq 31104 \quad (59)$$

$$\text{WOUT) } 26,3A_1X_8 + 8,4A_1X_7 + 8,4A_1X_6 + 5,6A_1X_5 + 5,6A_1X_4 + 5,6A_1X_3 + 2,8A_1X_2 + 2,8A_1X_1 + 1,4A_1X_0 + 184,9C_1X_8 + 110,9C_1X_7 + 74,0C_1X_6 + 55,5C_1X_5 + 55,5C_1X_4 + 33,3C_1X_3 + 18,5C_1X_2 + 14,8C_1X_1 + 14,0C_1X_0 + 23,7D_1X_8 + 8,9D_1X_7 + 8,9D_1X_6 + 5,9D_1X_5 + 5,9D_1X_4 + 5,9D_1X_3 + 3,0D_1X_2 + 3,0D_1X_1 + 2,4D_1X_0 + 130,7E_1X_8 + 41,6E_1X_7 + 41,6E_1X_6 + 20,8E_1X_5 + 20,8E_1X_4 + 12,5E_1X_3 + 12,5E_1X_2 + 8,3E_1X_1 + 8,3E_1X_0 \leq 31104 \quad (60)$$

$$\text{WNOV) } 98,4C_1X_8 + 59,0C_1X_7 + 39,3C_1X_6 + 29,5C_1X_5 + 29,5C_1X_4 + 17,7C_1X_3 + 9,8C_1X_2 + 7,9C_1X_1 + 7,5C_1X_0 + 81,4G_1X_8 + 5,3G_1X_7 + 2,5G_1X_6 + 2,5G_1X_5 + 1,3G_1X_4 + 1,3G_1X_3 + 1,3G_1X_2 + 0,8G_1X_1 + 0,8G_1X_0 \leq 31104 \quad (61)$$

$$\text{WDEZ) } 126,9G_1X_8 + 8,4G_1X_7 + 4,2G_1X_6 + 4,2G_1X_5 + 2,1G_1X_4 + 2,1G_1X_3 + 2,1G_1X_2 + 1,2G_1X_1 + 1,2G_1X_0 \leq 31104 \quad (62)$$

Sendo:

WJAN, WFEV, ..., WDEZ – volume de água mensal, em mm.ha, disponível nos meses de janeiro, fevereiro, ..., dezembro.

### 3) PRODUÇÃO DAS CULTURAS

$$\text{MINFVI) } A_1X_8 \geq 4 \quad (63)$$

Em que:

MINFVI – área mínima, em ha, a ser cultivada com feijão vigna para atender a demanda interna.

## 4.6. Solução do problema

Utilizou-se para solucionar os modelos formulados, o Software LINDO (1996) - Linear Interactive and Discrete Optimizer, o qual tem o propósito geral de resolver sistemas de equações lineares, utilizando para isto o método simplex.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados apresentam a comparação dos modelos estudados, lâminas de água alternativas (LA) e lâminas máximas de água (LM), bem como a simulação de três níveis de volume de água disponível: 18.662; 12.442 e 6.221 mm.ha, correspondendo a 0,6; 0,4 e 0,2 do volume mensal de água disponível inicialmente.

### 5.1 Comparação entre os modelos LA e LM

#### 5.1.1 Solução ótima do modelo

A máxima receita líquida, para ambos os modelos (LA e LM), poderá ser obtida com o plano de cultivo apresentado na Tabela 4. O cultivo de feijão vigna só foi indicado

com área de 4 ha, definida pela necessidade de produção para satisfazer o consumo interno. O valor da função objetivo, ou seja, o retorno financeiro no LA foi de apenas 0,13% maior que o de LM.

Isto demonstra que nem sempre as maiores lâminas de água geram as maiores produtividades, já que se obteve maior retorno financeiro com o modelo com lâminas alternativas de água, fato comprovado por Dantas Neto (1994) e Kumar & Khepar (1980).

### 5.1.2 Custos marginais associados às atividades

As culturas não recomendadas para o cultivo, denominadas variáveis não básicas na solução do modelo, apresentam custos marginais, os quais se referem à redução da receita líquida por unidade de área cultivada. Por exemplo, a cultura do melão não foi indicada, então existe um custo marginal associado a esta atividade, isto é, para cada hectare de melão cultivado, ocorrerá uma redução de R\$ 1.108,00 na receita líquida. Na Tabela 5 são apresentados os custos marginais das referidas culturas, para os modelos estudados (LA e LM).

**Tabela 4.** Áreas ótimas (ha) recomendadas pelos modelos de programação linear.

Culturas	MODELOS	
	Lâminas Alternativas	Lâminas Máximas
Feijão vigna	4	4
Algodão	33	33
Tomate	0	0
Melancia	29	29
Melão	0	0
Milho Verde	33	33
Cebola	33	33
<b>Retorno Financeiro Anual (R\$)</b>	221.422,00	221.125,00

Na Tabela 5 pode-se observar os valores mínimos da contribuição ao lucro que deve proporcionar cada cultura, para que possa ser indicada para o cultivo. Por exemplo, o tomate não deverá ser recomendado em quanto sua contribuição ao lucro for inferior a R\$ 3.914,00 para o modelo de lâminas máximas de água e R\$ 5.907,00 para o modelo de lâminas alternativas de água.

A solução ótima de ambos os modelos indicaram o cultivo do feijão vigna no limite inferior da restrição de área (4 ha), cujo custo marginal é de R\$ 3.863,00, significando que ao se cultivar 1,0 hectare a mais desta cultura este valor será reduzido da renda líquida total.

### 5.1.3 Análise de sensibilidade da função – objetivo

Os coeficientes técnicos dos modelos de programação linear estão sujeitos a variações, isto explica a importância de se fornecer, além da solução básica ótima, os intervalos dos coeficientes nos quais a solução se mantém ótima. O resultado desta análise encontra-se nas Tabelas 6 e 7.

**Tabela 5.** Custos marginais associados às atividades não básicas e o valor mínimo da contribuição ao lucro para os modelos estudados.

Cultura	Lâminas alternativas de água		Lâminas máximas de água	
	Custo Marginal (R\$.ha)	M. C. ao Lucro (R\$.ha)	Custo Marginal (R\$.ha)	M. C. ao Lucro (R\$.ha)
Tomate	2125	5907	132	3914
Melão	1108	3914	1108	3914

**Tabela 6.** Análise de sensibilidade da função - objetivo do modelo com lâminas alternativas de água.

Variável	Estado	Valor da variável (ha)	Retorno unitário (R\$)	Mínimo (R\$)	Máximo (R\$)
Feijão vigna	B	4	1	0	3864
Algodão	B	33	12	0	Nenhum
Tomate	NB	0	878	Nenhum	3003
Melancia	B	29	8	0	Nenhum
Melão	NB	0	486	Nenhum	1594
Milho Verde	B	33	0	Nenhum	0
Cebola	B	33	9	0	Nenhum

B = básica; NB = não básica.

De acordo com a Tabela 6, observa-se como exemplo a cultura do feijão vigna no modelo LA, que o retorno financeiro por unidade produzida pode ser alterado para valores compreendidos no intervalo de R\$ 0 a R\$ 3.864,00, que a base da solução não se altera. Já para o modelo LM (Tabela 7), basta que o retorno financeiro por unidade produzida não ultrapasse à R\$ 3.914,00, para que a base da solução não se altere.

**Tabela 7.** Análise de sensibilidade da função - objetivo do modelo com lâminas máximas de água.

Variável	Estado	Valor da variável (ha)	Retorno unitário (R\$)	Mínimo (R\$)	Máximo (R\$)
Feijão vigna	B	4	51	Nenhum	3914
Algodão	B	33	1192	0	Nenhum
Tomate	NB	0	3782	Nenhum	3914
Melancia	B	29	3914	3782	Nenhum
Melão	NB	0	2806	Nenhum	3914
Milho Verde	B	33	70	0	Nenhum
Cebola	B	33	1993	0	Nenhum

#### 5.1.4 Análise de sensibilidade do recurso terra

Nas Tabelas 8 e 9 pode-se verificar os resultados da análise de sensibilidade do recurso terra para os modelos estudados.

Analisando-se as Tabelas 8 e 9, observa-se que para ambos os modelos, a área foi restritiva em todos os meses do ano. Os meses: abril, julho, outubro e dezembro apresentaram preços sombra de R\$ 70,00, R\$ 1.201,00, R\$ 3.914,00 e R\$ 1.993,00, respectivamente para o modelo com lâminas alternativas; já para o modelo de lâminas

máximas de água ocorreu apenas uma mudança para o preço sombra do mês de julho que foi de R\$ 1.192,00.

Para os dois modelos estudados a restrição de área mínima para a cultura do feijão vigna, apresenta preço sombra negativo (R\$ - 3.863,00), isto é, que a entrada desta cultura na solução ótima, forçada pela restrição, ocasiona redução na receita líquida. Se a restrição de área mínima cultivada com feijão vigna, aumentar uma unidade de área o retorno financeiro reduz R\$ 3.863,00 da função - objetivo. Em contra partida, para cada unidade de área não cultivada, adiciona-se R\$ 3.863,00 na função - objetivo.

**Tabela 8.** Análise de sensibilidade da restrição de consumo interno e da terra ocupada mensalmente para o modelo de lâminas alternativas de água.

Meses	Área Ocupada (ha)	Quantidade de folga (ha)	Preço Sombra (R\$.ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)
Janeiro	33	0	0	33	Nenhum
Fevereiro	33	0	0	33	Nenhum
Março	33	0	0	33	Nenhum
Abril	33	0	70	0	33
Mai	33	0	0	33	Nenhum
Junho	33	0	0	33	Nenhum
Julho	33	0	1201	0	33
Agosto	33	0	0	33	Nenhum
Setembro	33	0	0	33	Nenhum
Outubro	33	0	3914	4	33
Novembro	33	0	1993	0	33
Dezembro	33	0	0	33	Nenhum
MINFVI	4	29	-3863	0	33

**Tabela 9.** Análise de sensibilidade da restrição de consumo interno e da terra ocupada mensalmente para o modelo de lâminas máximas de água.

Meses	Área Ocupada (ha)	Quantidade de folga (ha)	Preço Sombra (R\$.ha)	Área Mínima (ha)	Área Máxima (ha)
Janeiro	33	0	0	33	Nenhum
Fevereiro	33	0	0	33	Nenhum
Março	33	0	0	33	Nenhum
Abril	33	0	70	0	33
Mai	33	0	0	33	Nenhum
Junho	33	0	0	33	Nenhum
Julho	33	0	1192	0	33
Agosto	33	0	0	33	Nenhum
Setembro	33	0	0	33	Nenhum
Outubro	33	0	3914	4	33
Novembro	33	0	0	33	Nenhum
Dezembro	33	0	1993	0	33
MINFVI	4	29	-3863	0	33

Com relação aos limites de área mínima e máxima, a restrição MINFVI, apresenta valores entre 0 e 33 hectares, isto significa que o limite mínimo de área cultivada com feijão vigna inicialmente estabelecido (4 ha), poderia ser alterado para valores entre 0 e 33 ha, sem que se alterem as variáveis básicas da solução.

### 5.1.5 Análise de sensibilidade do recurso água

O volume de água utilizado mensalmente, para os modelos estudados (LA e LM), foi sempre menor do que o volume disponível mensalmente (3104 mm.ha), portanto todos os meses apresentam folga e conseqüentemente o preço sombra é zero, indicando que o recurso água não foi restritivo.

## 5.2 Otimização considerando quatro níveis de volumes de água disponível

### 5.2.1 Padrão de cultivo

De acordo com as Tabelas 10 e 11, observa-se que o padrão de cultivo permanece o mesmo nos modelos LA e LM. As culturas do feijão vigna, melancia e cebola permaneceram com áreas cultivadas constantes para os quatro níveis de disponibilidade de água, em ambos os modelos.

As áreas cultivadas com algodão e milho verde aumentaram com o aumento da disponibilidade de água, tanto no modelo LA como no LM.

A área cultivada aumentou em ambos os modelos, à medida que se aumentou a disponibilidade de água. No modelo LA a relação entre as áreas com maior e menor disponibilidade de água foi de 1,25 e no LM foi de 1,34.

Com o aumento da disponibilidade de água até o nível de 18.662 mm.ha, ocorreu também um aumento nos retornos financeiros, entretanto, a partir deste nível de água não houve acréscimos nos retornos financeiros nos dois modelos (LA e LM), se estabilizando nos valores de R\$ 221.422,00 e R\$ 221.125,00, respectivamente.

**Tabela 10.** Área cultivada por cultura (ha), área total (ha) e retorno financeiro (R\$) para quatro níveis de disponibilidade de água, para o modelo de lâminas alternativas de água.

Culturas	Disponibilidade de água (mm.ha)			
	6.221	12.442	18.662	31.104
Feijão vigna	4	4	4	4
Algodão	25	33	33	33
Tomate	0	0	0	0
Melancia	29	29	29	29
Melão	0	0	0	0
Milho Verde	14	28	33	33
Cebola	33	33	33	33
Área Total (ha)	105,0	127,0	132,0	132,0
Retorno Financeiro (R\$)	207.211,00	221.108,70	221.422,00	221.422,00

**Tabela 11.** Área cultivada por cultura (ha), área total (ha) e retorno financeiro (R\$) para quatro níveis de disponibilidade de água, para o modelo de lâminas máximas de água.

Culturas	Disponibilidade de água (mm.ha)			
	6.221	12.442	18.662	31.104
Feijão vigna	4	4	4	4
Algodão	19	33	33	33
Tomate	0	0	0	0
Melancia	29	29	29	29
Melão	0	0	0	0
Milho Verde	14	28	33	33
Cebola	33	33	33	33
<b>Área Total (ha)</b>	99	127,0	132,0	132,0
<b>Retorno Financeiro (R\$)</b>	203.540,10	220.778,30	221.125,00	221.125,00

## 5.2.2 Análise de sensibilidade para os quatro níveis de disponibilidade de água

### 5.2.2.1 Análise de sensibilidade da função - objetivo

Nada influenciou nas variáveis básicas de ambos os modelos (feijão vigna, algodão, melancia, milho e cebola), nem nos limites dos valores que podem ser assumidos como coeficientes marginais das variáveis, sem que a solução básica seja alterada, à medida que se aumenta a disponibilidade de água.

### 5.2.2.2 Análise de sensibilidade do recurso terra

Para o modelo LA, os meses de outubro e novembro, para os quatro níveis, apresentaram preços sombra de R\$ 3.914,00 e R\$ 1.993,00, respectivamente, ou seja atingiram o valor da área disponível (33 ha). E no modelo LM foram os meses de outubro e dezembro que se comportaram de tal forma. Com o aumento da disponibilidade de água, ocorre um aumento na ocupação anual de terra para ambos os modelos.

### 5.2.2.3 Análise de sensibilidade do recurso água

Em ambos os modelos, para os níveis de disponibilidade de água de 18.662.ha e 31.104 mm.ha, todos os meses não atingiram o valor pré-estabelecido da restrição. Já para a disponibilidade de água de 6.221 mm.ha, os meses de março e junho apresentaram preços sombra, ou seja, utilizou-se todo o volume disponível. E para a disponibilidade de água de 12.442 mm.ha, ocorreu à utilização de todo o volume disponível apenas no mês de março.

## 6 CONCLUSÕES

1 – A maximização dos lucros para o modelo com lâminas alternativas de água foi obtida com um retorno financeiro de R\$ 221.422,00. Já para o modelo com lâminas máximas de água o retorno financeiro foi de R\$ 221.125,00. Ambos os modelos utilizando o seguinte padrão de cultivo: 4,0 ha de feijão vigna, 29,0 ha de melancia, 33,0 ha de algodão, 33,0 ha de milho e 33,0 ha de cebola.

2 – O modelo com lâminas alternativas de água apresentou um retorno financeiro semelhante ao modelo com lâminas máximas de água. Para ambos os modelos, a área foi restritiva em todos os meses do ano.

3 – Através da análise de sensibilidade do uso da água, observou-se que apresentou o preço sombra foi igual a zero, indicando que esse recurso não foi restritivo, para os dois modelos estudados.

4 – O estudo com quatro níveis de disponibilidade de água apresentou aumentos nos retornos à medida que ocorreu um aumento na disponibilidade de água até o nível de 18.662 mm.ha, bem como um crescimento da área total cultivada.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, J. E. L. **Determinação da função de produção do milho irrigado na baixada Cuiabana.** 1987. 82f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 1987.

CARRARI, E. **Frequência de irrigação da cultura do tomateiro (*Lycopersicon esculentum*) determinada pela evaporação do tanque classe A.** 1982. 44f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 1982.

COSTA, M. H. **Modelo de otimização dos recursos hídricos para a irrigação, conforme a época de plantio.** 1991. 111f. Dissertação de mestrado (Mestrado em Engenharia Agrícola) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1991.

DANTAS NETO, J. **Modelos de decisão para otimização do padrão de cultivo em áreas irrigadas, baseados nas funções de resposta das culturas à água.** 1994. 125f. Tese (Doutorado em Agronomia) – Faculdade de Ciências Agrônômicas, Universidade Estadual Paulista, Botucatu, 1994.

ENGLISH, M.J.; MUSICK, J.T.; MURTY, V.V.N. Deficit irrigation. In.: GLEN, J.H.; HOWEL, T.A.; Salomon, K.H. (Ed.). **Management of farm irrigation systems.** St. Joseph: ASAE, 1990. p.631-663.

GATES, T. K. et al. Multicriterion strategic planning for improved irrigation delivery. I: Approach. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v. 117, n. 6, p.897-913, 1991.

GOMES, M. L. A. **Determinação da função de produção do algodoeiro herbáceo (*Gossypium latifolium* Hutch) tendo como variáveis fertilizantes e lâmina de irrigação no município de Pentecoste – Ceará.** 2000. 55f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2000.

KUMAR, R., KHEPAR, S. D. Decision models for optimal cropping patterns in irrigations based on crop water production functions. **Agriculture Water Management**, Amsterdam, v.3, p. 65 – 76, 1980.

LIMA, G. P. B.; AGUIAR, J. V.; COSTA, R. N. T. Rendimento de cultivares de caupi (*Vigna unguiculata* L. Walp) submetidas a diferentes lâminas de irrigação. **Revista Irriga**, Botucatu, v.4, n.3, p. 205 – 212, 1999.

LINDO. **Lindo user's manual**. Illinois: Lindo Systems, 1996. 390p.

MONTEIRO, R. O. C. **Função de resposta da cultura do meloeiro aos níveis de água e adubação nitrogenada no Vale do Curu, CE**. 2004. 73f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2004.

PESQUEIRA, G. A; SAUNDERS L. C. U.; MESQUITA, C. L. Produção da cebola, *Allium cepa* L., submetida a diferentes níveis de irrigação. **Revista Ciência Agronômica**, Fortaleza, v. 19, n.1, p.173-177, 1998.

SOARES, J. I. **Função de produção da melancia aos níveis de água e adubação nitrogenada no Vale do Curu**. 2000. 65f. Dissertação (Mestrado em Agronomia) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2000.