

## MÉTODOS ESTIMADORES DOS PARÂMETROS DA DISTRIBUIÇÃO DE GUMBEL E SUA INFLUÊNCIA EM ESTUDOS HIDROLÓGICOS DE PROJETO

**Carlos Rogério de Mello; Antônio Marciano da Silva**

*Laboratório de Hidráulica, Departamento de Engenharia, Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG, rog.mello@terra.com.br*

### 1 RESUMO

Este trabalho objetiva estudar os efeitos que o método de estimativa dos parâmetros da distribuição de Gumbel proporcionam na estimativa da equação de chuvas intensas aplicando-se um modelo chuva-vazão, a conseqüente influência no hidrograma de projeto. Trabalhou-se com 7 estações pluviométricas da região Alto Rio Grande, ajustando-se a distribuição Gumbel à série histórica de precipitação máxima diária anual, pelas metodologias da Máxima Verossimilhança e Momentos. Utilizando o método de desagregação de chuvas, estimaram-se as respectivas equações de chuvas intensas. Com o método CN-SCS foram gerados os hidrogramas de projeto para uma bacia hidrográfica hipotética. Por meio do teste de  $\lambda^2$ , foram feitas comparações entre os modelos ajustados pelas metodologias. Verificou-se que as séries históricas ajustadas por Máxima Verossimilhança produziram os menores valores de  $\lambda^2$ , concluindo sobre a sua maior precisão. No entanto, os efeitos na geração da equação de chuvas intensas e por conseqüência, no hidrograma de projeto, apresentaram variações que, em alguns casos, foram de magnitude considerável, e em outros, de menor relevância em termos práticos.

**UNITERMOS:** equação de chuvas intensas, máxima verossimilhança, método dos momentos.

### MELLO, C.R.de; SILVA, A. M. da. ESTIMATING METHODS OF GUMBEL PROBABILITY DISTRIBUTION PARAMETERS AND THEIR INFLUENCE ON DESIGN HYDROLOGIC STUDIES

### 2 ABSTRACT

This work aimed to evaluate the influence of parameter estimating methods of Gumbel probability distribution for adjustment of p-d-f rainfall equation and, through rainfall-runoff model, generation of design hydrograph. Maximum annual daily rainfall from seven (7) weather stations, belonging to Alto Rio Grande region, were used and Gumbel probability distribution was adjusted to its parameters, which were estimated by the methods of Maximum Likelihood and Moment. Qui-square statistical test was applied to evaluate the accuracy of both methods. Desegregation rainfall technique was applied to estimate the respective p-d-f rainfall equations. CN-SCS method was used, based on estimated p-d-f rainfall equations to generate the design hydrograph for a hypothetical watershed. Through qui-squared test, adjusted methods were compared using different methodologies. Historical series that were adjusted by estimated parameters of Maximum Likelihood were more accurate, based on slower qui-square. However, effects on p-d-f rainfall equations and design hydrograph showed considerable differences in any situations, but in others these variations had smaller relevance in practical situations.

**KEYWORDS:** p-d-f rainfall equation, Maximum Likelihood, Method of Moments.

### 3 INTRODUÇÃO

A busca por uma distribuição de probabilidade que seja capaz de representar adequadamente uma determinada série hidrológica histórica é objeto de estudo e aperfeiçoamento constante dentro da hidrologia estocástica. Estes estudos são essenciais para o progresso da hidrologia, numa tentativa de se explicar um fenômeno aleatório, como a precipitação, por meio de uma distribuição de probabilidade, especialmente com a evolução da tecnologia digital e algoritmos computacionais.

Em hidrologia, as séries históricas de precipitação são informações fundamentais para o entendimento do regime hidrológico. Destas, as séries constituídas por valores máximos diários anuais têm grande aplicabilidade, especialmente nos estudos de chuvas intensas e chuva de projeto, as quais são aplicadas no dimensionamento de obras hidráulicas, por meio de um modelo chuva-vazão (RIGHETTO, 1998; BERTONI; TUCCI, 2001; TUCCI, 1998).

A série de precipitação máxima diária anual é normalmente representada por uma Função Densidade de Probabilidade que melhor se ajuste a valores extremos, sendo séries do tipo assintótica. A distribuição de probabilidade de Gumbel é a que tem maior destaque na literatura (ROWINSKI et al., 2002; BEIJO, 2002). Há de se mencionar algumas outras distribuições que podem se aplicadas a estas séries históricas, como log-Gumbel, log-normal dois e três parâmetros, Gama, Person tipo III e log-Person (FREITAS et al., 2001).

Segundo Beijo (2002) e Freitas et al. (2001), a distribuição de Gumbel apresenta dois parâmetros, um de escala e outro de forma, os quais vêm sendo estimados pelo método dos momentos, especificamente, os momentos de 1ª e 2ª ordens, que representam, respectivamente, média e variância. No entanto, de acordo com Clarke (2002) e, ainda, Beijo (2002) estes parâmetros podem ser obtidos pela metodologia da máxima verossimilhança, a qual, teoricamente, proporcionará melhores estimativas para estes parâmetros, dada à sua concepção matemática, a qual maximiza a probabilidade de determinação do valor mais plausível para aquela série histórica.

O principal problema da metodologia da máxima verossimilhança consistia na dificuldade em se obter as estimativas dos parâmetros, devido à necessidade de aplicação de técnicas numéricas complexas, que exigem recursos computacionais, no caso de algumas distribuições de probabilidades. Esta dificuldade, no entanto, não pode ser justificativa para sua não aplicação. Assim, há necessidade de se estudar, de forma comparativa, o comportamento da distribuição de Gumbel aplicado à série histórica de precipitação máxima diária anual, com parâmetros gerados por ambas metodologias, em termos dos produtos finais oriundos destes dados hidrológicos, que são a equação de chuvas intensas e a partir destas, o hidrograma de projeto. Estas análises possibilitarão averiguar o efeito da metodologia da Máxima Verossimilhança (MV) em relação ao Método dos Momentos (MM), nas variáveis que são aplicadas diretamente em projetos de obras hidráulicas, determinando se há diferenças relevantes ou alguma tendência de comportamento. Assim, este artigo tem por objetivo gerar subsídios para melhor analisar estas possíveis diferenças, sinalizando sobre a real importância do método de estimativa dos parâmetros desta distribuição de probabilidades, comparando equações de chuvas intensas e hidrogramas de projeto.

### 4 MATERIAL E MÉTODOS

#### 4.1 Distribuição de probabilidade de Gumbel e metodologias de estimativa de seus parâmetros

A distribuição de probabilidade de Gumbel é aplicada às séries históricas de valores extremos, especialmente, a precipitação máxima diária anual. Sua Função Cumulativa de Probabilidades (FCP) é a seguinte (BERTONI; TUCCI, 2001):

$$\text{FCP} : P(X \leq x) = \exp(-\exp(-\alpha(x - \mu))) \quad (1)$$

em que  $\alpha$  é o parâmetro de escala e  $\mu$ , o parâmetro de forma;  $x$  são valores de precipitação máxima diária anual.

A estimativa dos parâmetros desta distribuição, pelo Método dos Momentos é a seguinte:

$$\text{VAR}[X] = \frac{\pi^2}{(6 \cdot \alpha^2)} = \frac{1,645}{\alpha^2} \quad (2)$$

$$E[X] = \mu + \frac{0,577}{\alpha} \quad (3)$$

Assim, substituindo a variância ( $s^2$ ) na equação 2 e a média na equação 3, tem-se:

$$\hat{\alpha} = \frac{1,2826}{s} \quad (4)$$

$$\hat{\mu} = \bar{x} - 0,451 \cdot s \quad (5)$$

A metodologia da Máxima Verossimilhança consiste na estimativa dos parâmetros da distribuição que maximizará a probabilidade de ocorrência dos valores observados. Isto é obtido determinando-se o ponto de máximo da função de verossimilhança, que é obtido pela derivação parcial desta função em relação a cada um dos parâmetros da distribuição de probabilidade. A função geral de verossimilhança é dada por:

$$L(\theta; x_1, \dots, x_n) = \prod_{t=1}^n f(x_t; \theta) \quad (6)$$

em que,  $\theta$  é o vetor de parâmetros (no caso de Gumbel, 2 parâmetros);  $x_t$ , valores da variável observada e  $f(x_t; \theta)$ , distribuição de probabilidade ajustada à série de valores  $x_t$ . A equação 6 trata de produtos de verossimilhança, ou seja, o produto da verossimilhança (probabilidade) de cada variável  $x_t$  ocorrer. Assim, deve-se trabalhar com a função  $\log(L)$  para linearização da equação:

$$l(\theta) = \sum_{t=1}^n \log f(x_t; \theta) \quad (7)$$

A função de log-verossimilhança para a distribuição de Gumbel é a seguinte:

$$l(\mu, \alpha) = -N \cdot \log(\alpha) - \alpha \cdot \sum_{t=1}^n (x_t - \mu) - \sum_{t=1}^n \exp(-\alpha(x_t - \mu)) \quad (8)$$

As derivadas parciais ( $\partial l / \partial \mu$  e  $\partial l / \partial \alpha$ ) para determinação do ponto de máximo são:

$$\sum_{t=1}^n \exp[-\alpha(x_t - \mu)] = N \quad (9)$$

$$\frac{N}{\alpha} - \sum_{t=1}^n (x_t - \mu) + \sum_{t=1}^n (x_t - \mu) \cdot \exp[-\alpha(x_t - \mu)] = 0 \quad (10)$$

Simplificando as equações 9 e 10, tem-se:

$$\frac{1}{\alpha} = \bar{x} - \frac{\sum_{t=1}^n x_t \cdot \exp(-\alpha \cdot x_t)}{\sum_{t=1}^n \exp(-\alpha \cdot x_t)} \quad (11)$$

$$\exp(-\alpha \cdot \mu) = \frac{\sum_{t=1}^n \exp(-\alpha \cdot x_t)}{N} \quad (12)$$

Observa-se que a equação 11 não tem solução explícita para  $\alpha$ . Para tanto, foi desenvolvido um algoritmo computacional, baseado no método de Newton-Raphson, para solução desta equação. A partir da determinação de  $\alpha$ , aplica-se este valor à equação 12, calculando-se então o parâmetro de forma  $\mu$ .

Com os parâmetros da distribuição determinados por ambas metodologias, foram calculadas as frequências teóricas de não-excedência, para cada valor da série histórica, comparando-a com as respectivas frequências observadas. Foram geradas classes de frequência para cada série,

determinando-se as freqüências observadas das mesmas e as freqüências teóricas aplicando-se a distribuição de probabilidade, ajustada por ambas metodologias. A seguir, foram calculadas as diferenças quadráticas em cada série, cujo somatório produz o valor de  $\lambda^2$  para o respectivo ajuste (WALPOLE; MYERS, 1978):

$$\chi_{\text{calc.}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (f_{\text{obser.}i} - f_{\text{teorico}i})^2}{f_{\text{teorico}i}} \quad (13)$$

em que  $f_{\text{obser.}i}$  é a freqüência observada em cada classe  $i$ ,  $f_{\text{teorico}i}$  é a freqüência teórica em cada classe  $i$  e  $N$ , o número de classes. O  $\lambda^2$  tabelado foi obtido com base no número de classes de freqüência de cada série menos o número de parâmetros da distribuição de Gumbel (2) menos um, fornecendo os graus de liberdade, e significância de 5%. Quando o  $\lambda^2$  calculado com a equação 13 for menor que o valor de tabela, conclui-se que a distribuição de probabilidade é adequada àquela série. Além disto, os valores de  $\lambda^2$  refletem um erro quadrático, com a participação de todos os dados da série e podem ser utilizados para avaliação da qualidade do ajuste da distribuição de probabilidade, segundo Walpole e Myers (1978), diferentemente do teste do Kolmogorov-Smirnov, que é apenas qualitativo (CATALUNHA et al., 2002).

#### 4.2 Equação de Chuvas Intensas

A equação geral de chuvas intensas apresenta a seguinte fórmula:

$$im = \frac{K \cdot TR^n}{(t + b)^c} \quad (14)$$

em que  $im$  é a intensidade média máxima,  $TR$  é o tempo de retorno,  $t$  é a duração da chuva e  $K$ ,  $n$ ,  $b$ ,  $c$ , são parâmetros de ajuste. Na Tabela 1, apresentam-se as estações pluviométricas da Bacia do Alto Rio Grande das quais foram obtidas as séries históricas de precipitação máxima diária anual, bem como o período de observação das respectivas séries. Os dados foram extraídos dos arquivos junto à Agência Nacional de Águas (ANA).

**Tabela 1.** Estações pluviométricas da região Alto Rio Grande utilizadas neste estudo.

Estação	Período
Aiuruoca	1969 – 1999
Andrelândia	1969 – 1999
Carvalhos	1969 – 1999
Bom Jardim	1969 – 1999
Faz. Laranjeiras	1969 – 1999
Barbacena	1942 – 1999
Faz. Paraíba	1969 – 1999

Com a distribuição de Gumbel ajustada pelas metodologias descritas, foram estimadas as chuvas máximas diárias anuais para os TR de 5, 10, 20, 30, 50, 70, 100 e 150 anos. Com base na metodologia da desagregação de chuvas (GUTIERREZ-MAGNESS; McCUEN, 2004; BERTONI; TUCCI, 2001), determinaram-se as precipitações referentes às durações de 24, 12, 10, 6 e 1 hora e 30, 20, 15, 10 e 5 minutos, utilizando as constantes de desagregação apresentadas na Tabela 2.

A estimativa dos parâmetros da equação de chuvas intensas foi realizada por regressão múltipla não linear e método de Gauss-Newton, utilizando o programa SAS for Windows (SAS INSTITUTE, 1985). As diferenças relativas percentuais na estimativa das chuvas intensas foram calculadas da seguinte forma:

$$\Delta(\%) = \frac{(CI_{MV} - CI_{MM})}{CI_{MV}} \cdot 100 \quad (15)$$

em que  $CI_{MV}$  e  $CI_{MM}$  são as chuvas intensas estimadas pela equação gerada com base na distribuição de Gumbel com os parâmetros de forma e escala ajustados por máxima verossimilhança e método dos momentos, respectivamente.

**Tabela 2.** Constantes de desagregação (CD) para chuvas máximas diárias.

ht1/ht2	CD
24h/1 dia	1,14
12/24h	0,85
10/24h	0,82
6/24h	0,72
1/24h	0,42
0,5/1h	0,74
0,33/0,5h	0,81
0,25/0,5h	0,70
0,17/0,5h	0,54
0,08/0,5h	0,34

Fonte: Occhipinti & Santos (1966).

Para uma análise do efeito que a máxima verossimilhança pode provocar na estimativa da vazão e no hidrograma de projeto, foi estudado um cenário, no qual se considerou o tempo de concentração de uma bacia hidrográfica como sendo igual a 100 minutos, tempo de retorno de 50 anos e Número da Curva (CN) médio igual a 70. Com estas informações, foi aplicada a metodologia do Soil Conservation Service – Curve Number (TUCCI, 1998), para estimativa do hidrograma de projeto a partir das equações de chuvas intensas geradas para cada uma das localidades e metodologias. Este método consiste em determinar o hidrograma unitário triangular (HUT), com base nas relações entre os componentes desta hidrógrafa, previstas pelo método, e determinação dos eventos de precipitação efetivos a partir da aplicação da respectiva equação de chuvas intensas, discretizando o tempo de concentração em intervalos de 10 minutos. Para cada um destes intervalos foram calculadas as intensidades acumuladas de precipitação, que foram transformadas em totais precipitados, e calculadas as precipitações efetivas acumuladas pelas equações (Tucci, 1998):

$$D = \frac{(P - 0,20 \cdot S)^2}{(P + 0,80 \cdot S)} \quad (16)$$

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (17)$$

Em que D é o deflúvio (precipitação efetiva), em mm, P é o total precipitado (mm), S é a capacidade potencial de absorção de água do solo e CN é o Número da Curva. As precipitações efetivas finais foram obtidas fazendo-se as diferenças entre valores consecutivos da precipitação efetiva acumulada. A seguir, por meio das equações de convolução, na forma matricial, foram obtidas as respectivas vazões dos hidrogramas de projeto:

$$[Q] = [q] \times [D] \quad (18)$$

[Q] é a matriz de valores do hidrograma de projeto; [q] é a matriz de valores do hidrograma unitário e [D], matriz de valores da precipitação efetiva.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 5.1 Comparação dos Métodos de Estimativa dos Parâmetros da Distribuição de Gumbel

Na Tabela 3 constam valores de qui-quadrado calculados para cada estação, por ambos os métodos de estimativa dos parâmetros da distribuição de Gumbel. É possível avaliar que ambos os métodos produziram adequacidade do modelo às respectivas séries de precipitação máxima diária anual, uma vez que os valores de  $\lambda^2_{calc}$  são menores que os oriundos de tabela. Comparando-se os

valores de  $\lambda^2_{\text{calc}}$  para as estações, verifica-se, primeiramente, que em todos os casos os valores gerados com base na máxima verossimilhança (MV) são menores que aqueles gerados pelo método dos momentos (MM). Como o  $\lambda^2$  reflete o quadrado médio do erro (equação 13), o seu valor pode ser usado para verificação da precisão dos ajustes, ou seja, a adequação destes pode ser analisada e verificada por estes valores, conforme Walpole e Myers (1978). Desta forma, verifica-se maior precisão do ajuste da distribuição de Gumbel quando os parâmetros do mesmo são gerados pelo método da máxima verossimilhança.

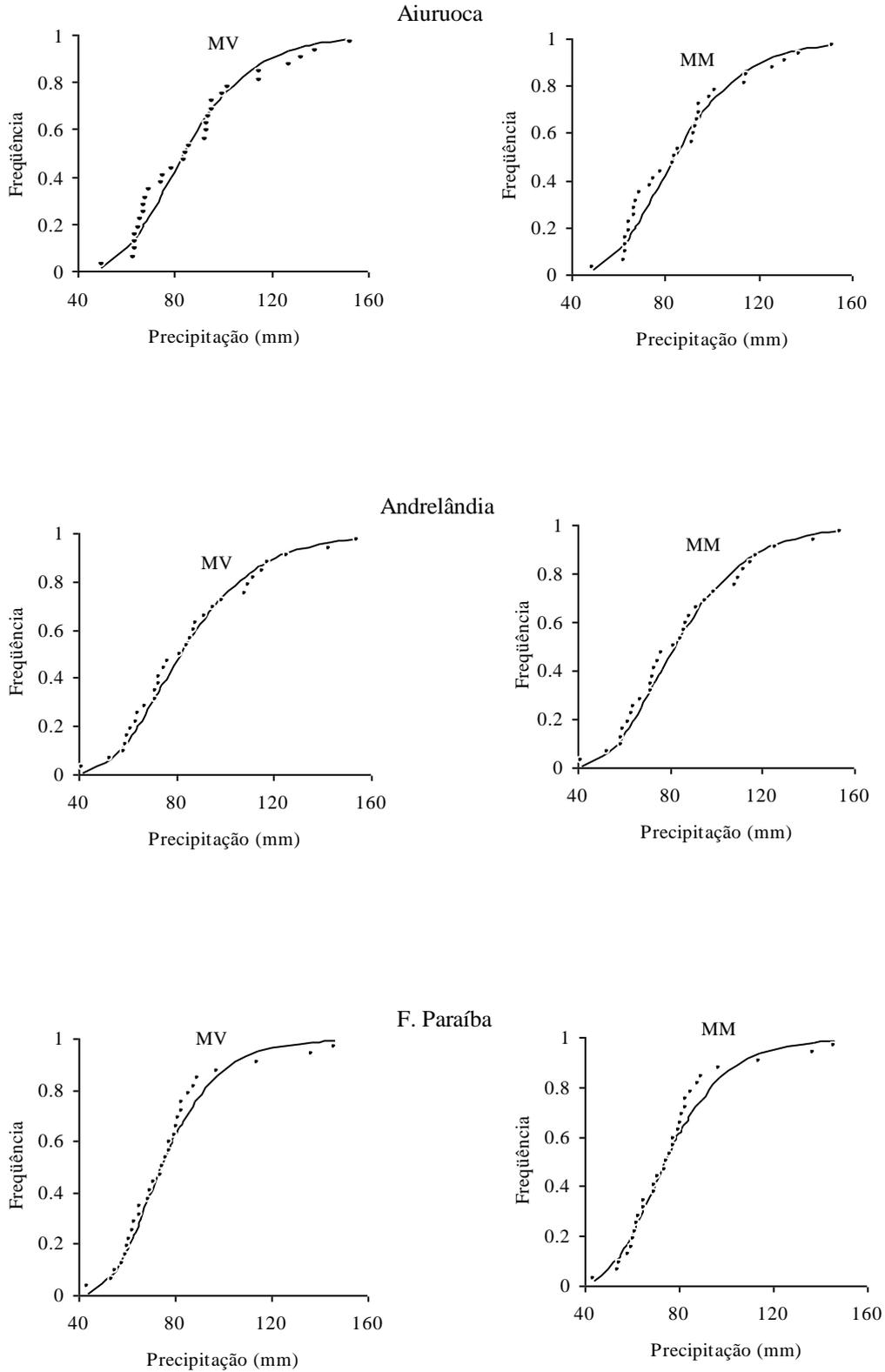
**Tabela 3.** Valores de qui-quadrado gerados pelo ajuste da distribuição de probabilidade de Gumbel e extraídos de tabela a 5% de significância.

Estação	$\lambda^2$ MV	$\lambda^2$ MM	$\lambda^2$ Tabela	Diferença (%)
Aiuruoca	1,10	1,44	5,99	30,91
Andrelândia	0,75	0,76	5,99	1,33
F. Paraíba	1,34	1,84	5,99	37,31
F. Laranjeiras	0,22	0,30	5,99	36,36
Barbacena	7,3	13,9	14,1	90,41
Carvalhos	0,37	0,65	5,99	75,68
Bom Jardim	1,40	2,45	5,99	75,00

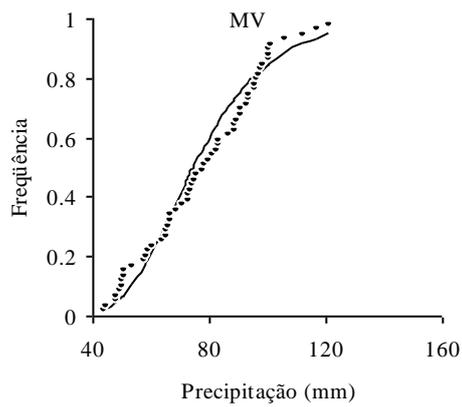
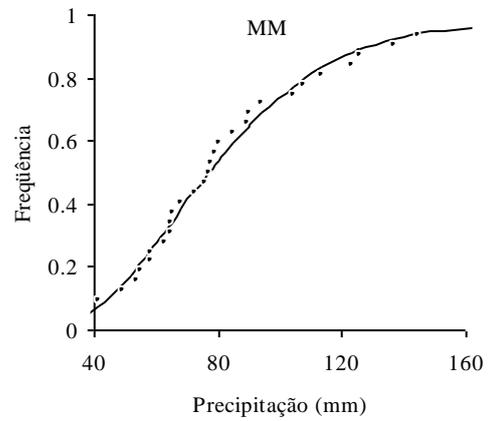
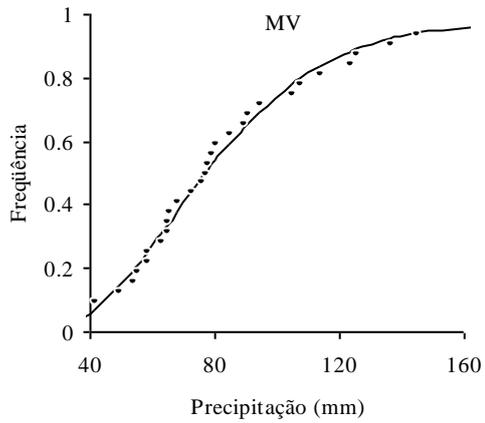
No entanto, há comportamentos consideravelmente distintos das séries históricas em cada estação. É possível verificar que para a estação de Andrelândia os valores de  $\lambda^2_{\text{calc}}$  são praticamente idênticos, com diferença mínima. Entretanto, para as estações de Barbacena, F. Paraíba, Carvalhos e Bom Jardim, há uma considerável diferença nas estimativas dos valores de  $\lambda^2$ . Especificamente para Barbacena, observa-se uma grande amplitude destes valores, podendo significar que o método da máxima verossimilhança proporcionou melhor ajuste da distribuição de Gumbel para a série histórica desta estação em comparação com as demais. Segundo Martins e Stedinger (2001), trabalhando com dados de vazão, há ganho considerável na qualidade do ajuste da distribuição de probabilidade pela metodologia da máxima verossimilhança quando há incremento no tamanho da série histórica, e para esta estação, observa-se que há uma série histórica de 52 anos, em detrimento das demais estações, que possuem 30 anos. Há de se comparar também os valores de  $\lambda^2$  entre as estações, independentemente do método, onde para Aiuruoca, Andrelândia, F. Paraíba e Bom Jardim, os valores são próximos entre si, refletindo qualidade de ajuste semelhante. Para as estações F. Laranjeiras e Carvalhos, os valores de  $\lambda^2$  são menores, refletindo possivelmente melhor ajuste que os anteriores. A maior exceção é Barbacena, que gerou valor elevado em relação aos demais, devido ao fato de a série histórica trabalhada ser consideravelmente maior, gerando um maior número de classes de frequência e por consequência, maior  $\lambda^2$ .

Na Figura 1 apresenta-se o ajuste da distribuição de Gumbel às frequências observadas da série de precipitação máxima diária anual em cada estação, possibilitando melhor verificação da precisão do ajuste. Nota-se que para Andrelândia, o comportamento do ajuste da distribuição é o mesmo, tanto aquele gerado por máxima verossimilhança quanto pelo método dos momentos, não mostrando diferença entre os métodos de estimação. Situação semelhante pode-se observar para F. Laranjeiras, uma vez que, apesar da diferença entre os valores de  $\lambda^2$ , como os mesmos são baixos, verifica-se ajuste semelhante da distribuição. Para as estações de F. Paraíba, Barbacena e Carvalhos, é possível verificar maior aderência da distribuição de probabilidades gerado por máxima verossimilhança. As estações de Aiuruoca e Bom Jardim apresentaram desempenho ligeiramente superior da máxima verossimilhança, sendo, no entanto, de pequena magnitude. Estes gráficos reforçam o comportamento anteriormente descrito para a distribuição de Gumbel, uma vez que a aderência mostrada nos mesmos, reflete a tendência comportamental dos dados da Tabela 1, e que o método da máxima verossimilhança apresentou-se superior para todas as estações, sendo em algumas, mais expressivo que em outras. Beijo et al. (2003), trabalhando com dados de Jaboticabal, SP, concluíram comportamento semelhante, baseados apenas na quantidade de séries históricas para as

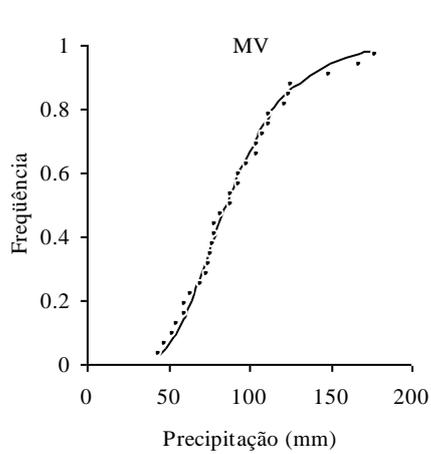
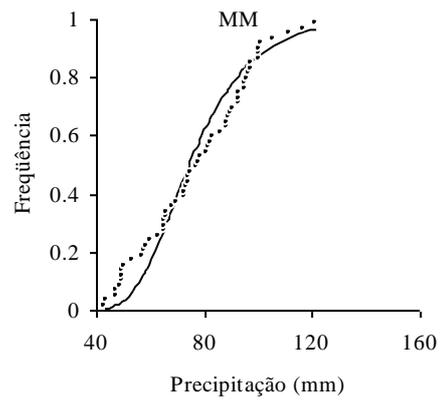
quais a distribuição de Gumbel gerada por máxima verossimilhança e método dos momentos foram adequadas pelo teste de Kolmogorov-Smirnov constituindo-se de uma avaliação qualitativa.



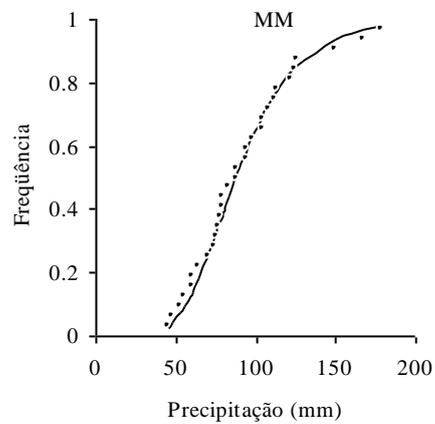
## F. Laranjeiras

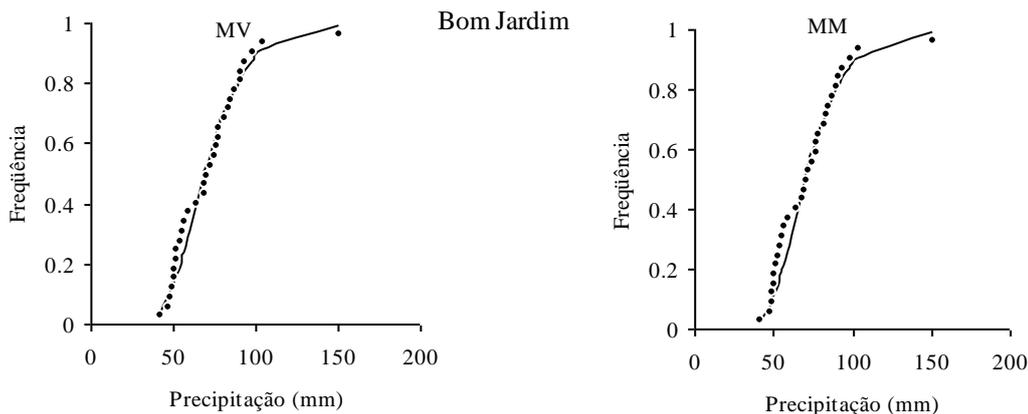


## Barbacena



## Carvalhos





**Figura 1.** Aderência da distribuição de Gumbel às frequências observadas com base nos parâmetros estimados por Máxima Verossimilhança (MV) e Método dos Momentos (MM).

A precisão da metodologia da máxima verossimilhança se deve, segundo Durrans e Pitt (2004), a algumas propriedades estatísticas importantes, especialmente não tendenciosidade. Uma outra observação, feita por Clarke (2002), diz respeito ao fato de que a máxima verossimilhança estima os parâmetros da distribuição de probabilidade que maximizam a probabilidade de ocorrência dos valores, ou seja, o conjunto de parâmetros que melhor ajustarão a distribuição de probabilidade às frequências observadas. É imprescindível mencionar que este comportamento está associado especificamente àquela série histórica, sendo difícil estabelecer possíveis comportamentos da distribuição gerada por esta metodologia, em relação àquelas geradas pelo método dos momentos, uma vez que há influência de aspectos importantes como tamanho da série histórica, se há apenas um ponto de máximo para a função de verossimilhança e variabilidade e amplitude da série (MARTINS; STEDINGER, 2001).

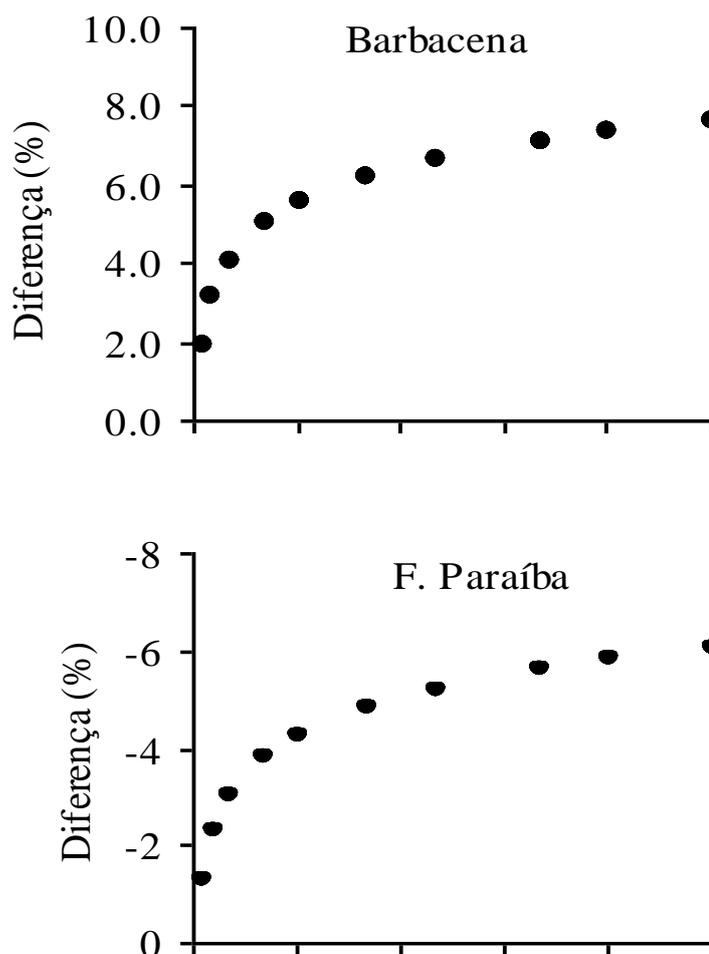
#### 5.2 Comportamento dos parâmetros da Equação de Chuvas Intensas e do hidrograma de projeto

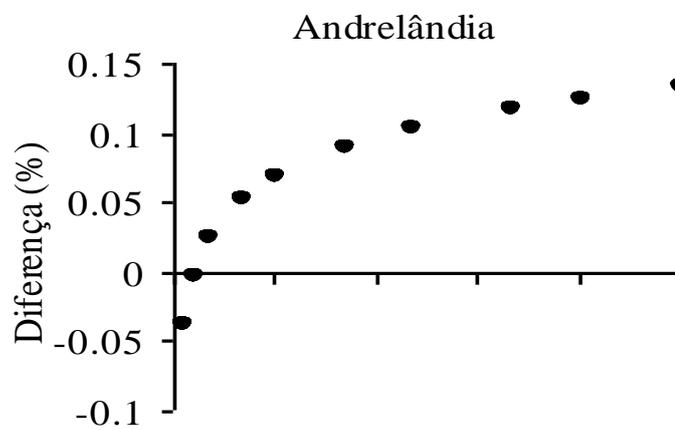
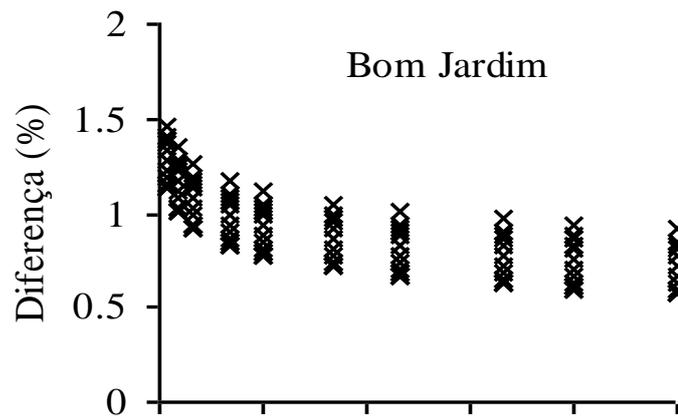
Na Tabela 4, apresentam-se os parâmetros das respectivas equações de chuvas intensas, estimados com base na distribuição de Gumbel para a precipitação máxima diária anual, ajustada pela máxima verossimilhança (MV) e pelo método dos momentos (MM). Verifica-se que o parâmetro  $K$  é o que proporciona as maiores diferenças, sendo o mais sensível à metodologia de ajuste desta distribuição. A seguir, apresenta-se o parâmetro  $n$ , para o qual as metodologias de ajuste da distribuição de Gumbel proporcionaram diferenças que, em alguns casos, foram consideráveis, como Barbacena e F. Paraíba e outros, como Andrelândia, não houve diferença. Para as demais estações, há diferenças, mas de pequena magnitude. O parâmetro  $b$  praticamente não apresenta variação, com algumas exceções, especialmente para Bom Jardim. As estimativas do parâmetro  $c$  não apresentaram nenhuma variação de valores, apresentando inclusive, o mesmo valor entre as estações. Este comportamento pode ser explicado pela pequena variabilidade do parâmetro  $c$ , a qual foi constatada em trabalhos anteriores, como o de Mello et al. (2003).

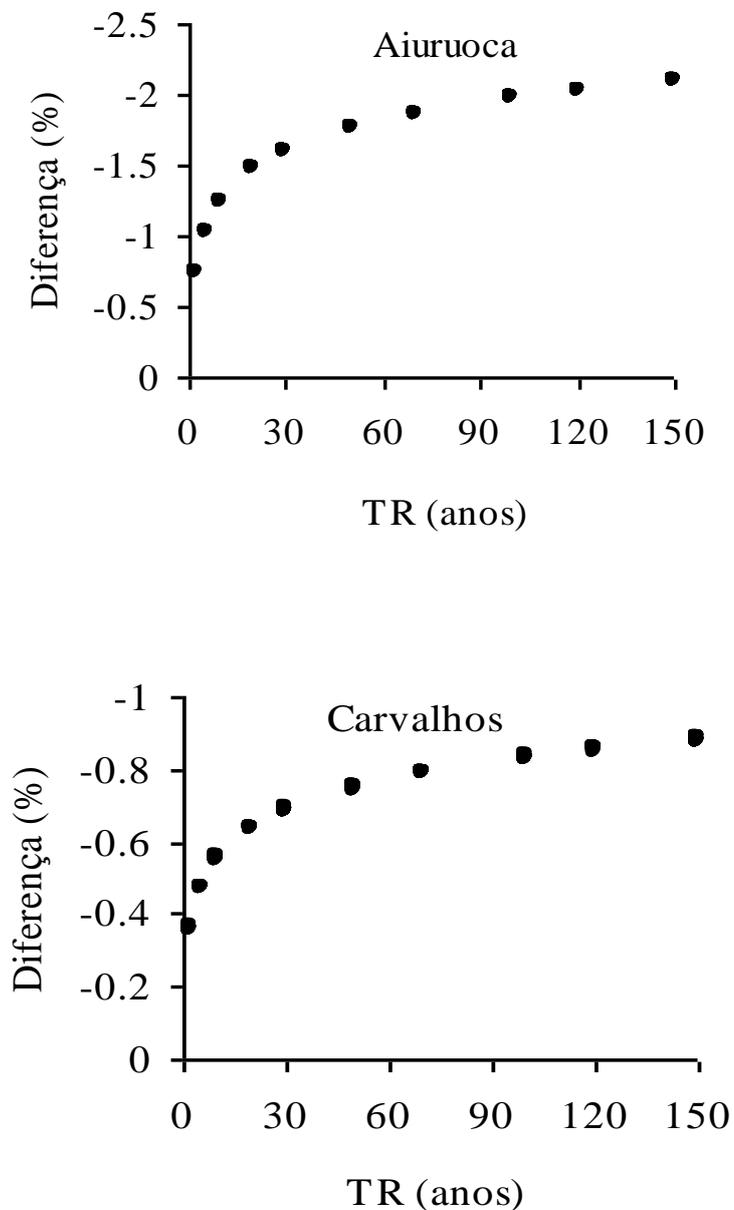
**Tabela 4.** Parâmetros das equações de chuvas intensas geradas pela distribuição de probabilidade de Gumbel, ajustada com base nas metodologias estudadas, para cada uma das estações meteorológicas.

Estação	K MV	K MM	n MV	n MM	b MV	b MM	c MV	c MM	r <sup>2</sup> MV	r <sup>2</sup> MM
Aiuruoca	778,1	782,2	0,151	0,154	9,390	9,390	0,708	0,708	0,998	0,998
Andrelândia	768,9	769,5	0,162	0,162	9,390	9,390	0,708	0,708	0,998	0,998
F. Paraíba	687,8	691,7	0,143	0,153	9,389	9,389	0,708	0,708	0,999	0,998
F. Laranjeiras	750,4	751,5	0,192	0,194	9,390	9,389	0,708	0,708	0,997	0,997
Barbacena	696,6	689,8	0,157	0,143	9,389	9,389	0,708	0,708	0,998	0,998
Carvalhos	831,1	833,4	0,174	0,176	9,390	9,389	0,708	0,708	0,997	0,997
Bom Jardim	645,2	639,8	0,162	0,163	9,389	9,414	0,708	0,708	0,998	0,998

As diferenças constatadas pelos parâmetros de ajuste da equação de chuvas intensas podem refletir diferenças na estimativa da chuva de projeto e consequentemente, no comportamento do hidrograma de projeto, dado por um modelo chuva-vazão, uma vez que esta estimativa é baseada na combinação dos parâmetros da equação de chuvas intensas, conforme equação 14. Na Figura 2 apresentam-se gráficos das diferenças entre as intensidades médias máximas de precipitação, estimadas com base nas equações de chuvas intensas geradas por ambas metodologias de estimativa dos parâmetros da distribuição de Gumbel. Predominantemente, quanto maior o tempo de retorno maiores as diferenças de estimativa da chuva intensa, independentemente do tempo de duração da chuva. A única exceção foi para Bom Jardim, com comportamento inverso ao mencionado. Avalia-se que para Carvalhos, F. Laranjeiras, F. Paraíba e Aiuruoca, as diferenças foram negativas, significando que quando se aplicou a equação de chuvas intensas gerada por máxima verossimilhança, houve estimativa de menor magnitude da chuva intensa em relação ao método dos momentos. Beijo (2002) e Beijo et al. (2003) verificaram e concluíram que a máxima verossimilhança estimou chuvas máximas diárias de menor magnitude que o método dos momentos para Lavras e Jaboticabal, respectivamente. No entanto, isto não pode ser tomado como regra geral de comportamento. Para Bom Jardim e Barbacena as diferenças foram positivas, mostrando situação inversa à apresentada. Andrelândia foi a única a apresentar ambos os comportamentos, sendo negativa para tempos de retorno menores que 10 anos, e positiva para valores acima deste.





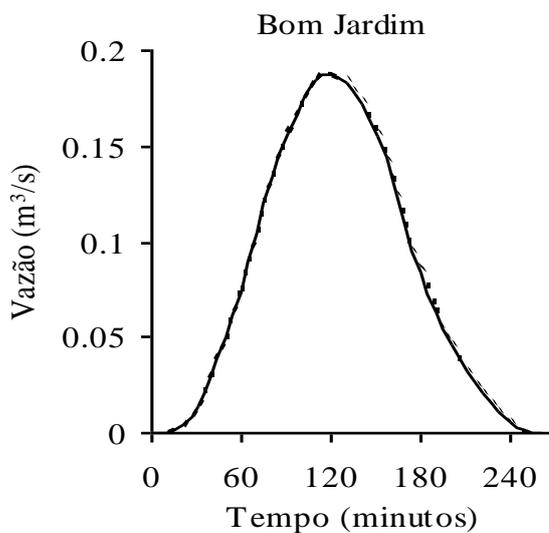
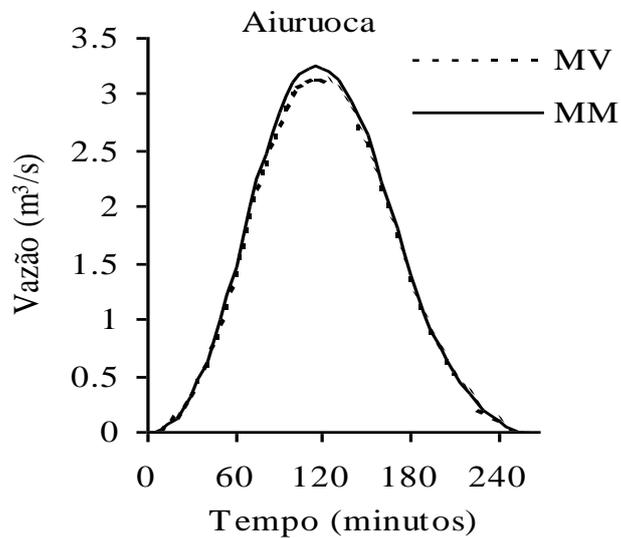


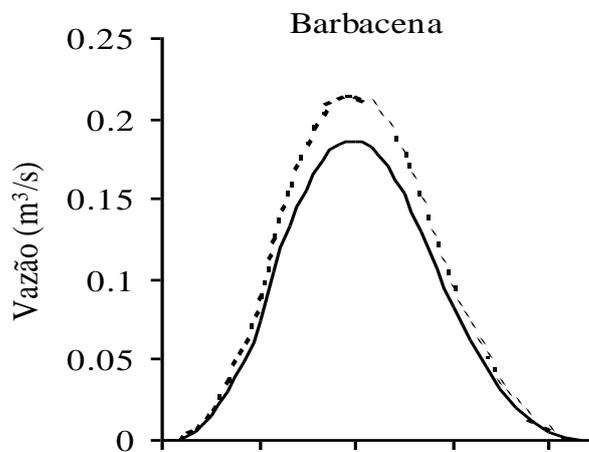
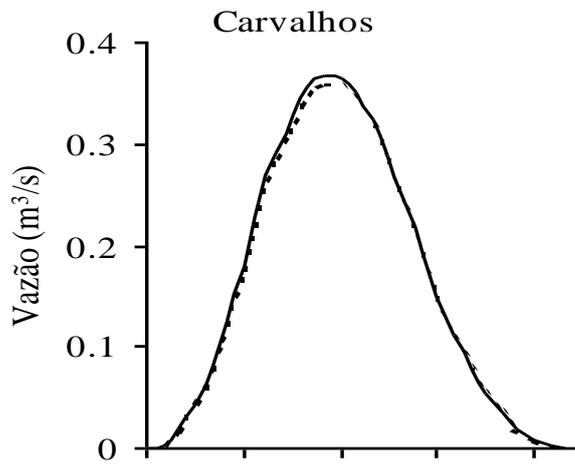
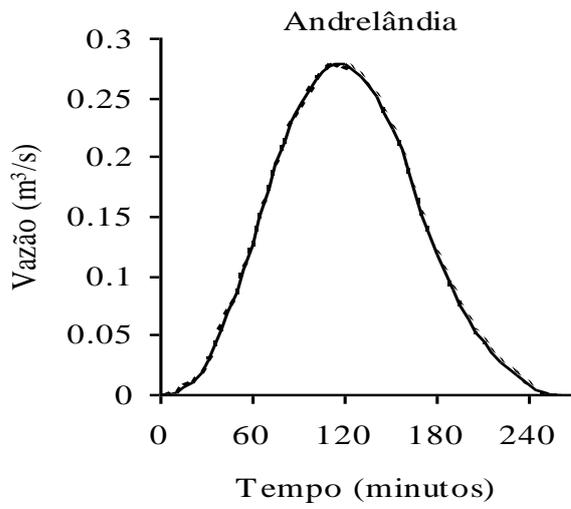
**Figura 2.** Comportamento das diferenças de estimativa da chuva intensa gerada pelo método da Máxima Verossimilhança e Método dos Momentos.

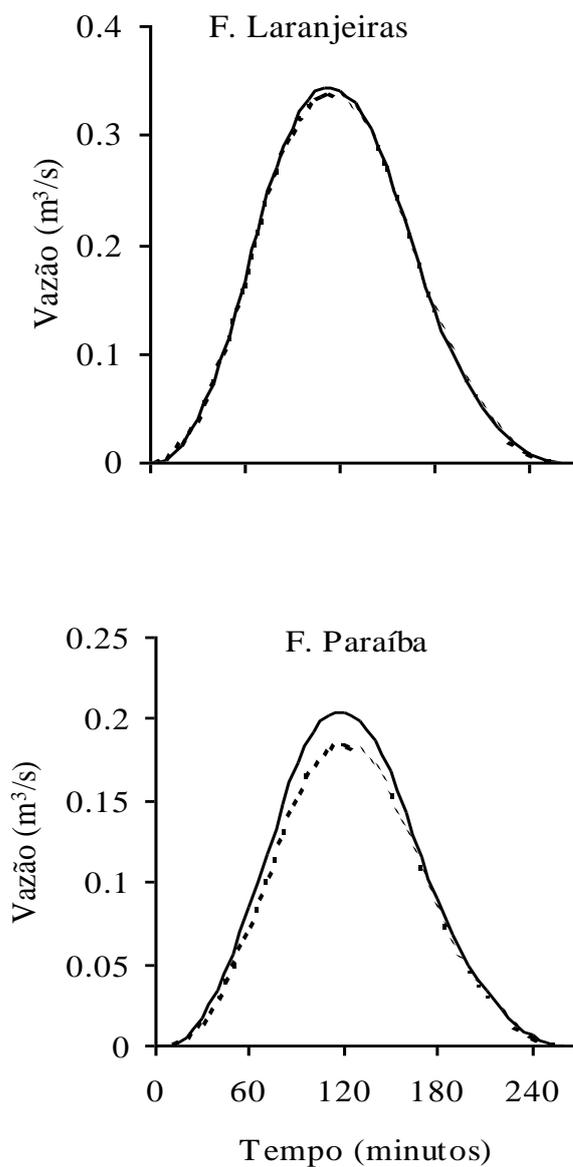
Há ainda comportamentos diferentes em termos da magnitude dos erros. Barbacena e F. Paraíba apresentaram as maiores diferenças, as quais atingiram magnitude acima de 6%. No entanto, para a estação de Andrelândia, as diferenças de estimativa são insignificantes. Este comportamento é reflexo das diferenças entre os parâmetros da equação de chuvas intensas, que são devidas às diferenças de ajuste da distribuição, refletidas pelos valores de qui-quadrado e aderência da distribuição de probabilidade de Gumbel. Outra exceção ocorreu para a estação de Bom Jardim, para a qual se verificam diferenças produzidas pelos tempos de duração da chuva intensa, além do tempo de retorno, o que não foi encontrado para as demais estações. É interessante mencionar também que, apesar das diferenças entre os valores de  $\lambda^2$  para Carvalhos e Bom Jardim (Tabela 3), o comportamento das chuvas intensas apresenta pequena variação, levando-se em conta as diferenças

nas estimativas das respectivas equações de chuvas intensas. Isto ocorre porque a chuva intensa é estimada pela combinação dos parâmetros na equação 14, o que não proporcionou valores consideravelmente distintos para estas estações. Mello et al. (2003) relataram este fato, trabalhando com várias equações de chuvas intensas para o estado de São de Paulo, não obtendo, no entanto, diferenças significativas nas intensidades, produzidas por diferentes equações de chuvas intensas.

Na Figura 3 e Tabela 5, apresentam-se, respectivamente, os hidrogramas de projeto e as vazões de pico, estimadas pelo método CN-SCS, para o estudo de caso analisado. Tanto os hidrogramas quanto as vazões de pico são reflexo das diferenças encontradas na estimativa da chuva intensa. Verificam-se vazões mais elevadas quando se aplica a equação de chuvas intensas estimada por máxima verossimilhança para Barbacena e Bom Jardim, as quais apresentaram diferenças positivas (Figura 2). Em termos de magnitude, Barbacena, F. Paraíba e Aiuruoca, nesta ordem, apresentaram diferenças que podem ser importantes em termos da estimativa da vazão de projeto. Na Tabela 5, verificam-se diferenças entre as vazões de pico, respectivamente, de 29, 20 e 10 l/s para estas estações. Para Andrelândia, F. Laranjeiras e Bom Jardim, há uma grande aderência dos hidrogramas, com pequenas diferenças na estimativa da vazão de pico.







**Figura 3.** Comportamento do Hidrograma de Projeto, para o cenário analisado, considerando o método CN-SCS, gerado com base nas estimativas dos parâmetros da distribuição de Gumbel aplicada a chuvas máximas diárias anuais pelas metodologias estudadas.

**Tabela 5.** Vazões de pico estimadas pelo método CN-SCS, com equações de chuvas intensas geradas por Máxima Verossimilhança e Método dos Momentos para o cenário analisado, para as estações pluviométricas estudadas.

Estação	Qp (m <sup>3</sup> /s) – MV	Qp (m <sup>3</sup> /s) - MM	Diferença (l/s)
Aiuruoca	0,260	0,270	10,0
Andrelândia	0,278	0,278	0,0
F. Laranjeiras	0,337	0,343	6,0
F. Paraíba	0,185	0,205	20,0
Barbacena	0,215	0,186	29,0
Carvalhos	0,359	0,367	8,0
Bom Jardim	0,189	0,187	2,0

Pode-se afirmar com base nos resultados deste trabalho, que é difícil apresentar um padrão de comportamento definitivo para a distribuição de Gumbel aplicada à série histórica de chuvas máximas diárias anuais, uma vez que há vários casos que refletem comportamentos distintos, os quais somente podem ser detectados após estudos hidrológicos aplicados, como a equação de chuvas intensas e hidrograma de projeto. No entanto, avalia-se, de maneira geral, que o método da máxima verossimilhança apresentou estimativas mais precisas e confiáveis, devendo ser priorizado para ajuste da distribuição de Gumbel e estudos hidrológicos posteriores.

## 6 CONCLUSÕES

- a) O método da máxima verossimilhança produziu melhor ajuste da distribuição de Gumbel às séries históricas de precipitação máxima diária anual;
- b) O parâmetro K da equação de chuvas intensas gerado por máxima verossimilhança apresentou as maiores diferenças em relação àqueles gerados com base no método dos momentos; na seqüência, o parâmetro n apresentou diferenças em todas as estações, exceção de Andrelândia. Os parâmetros b e c não apresentaram diferenças consideráveis, especialmente c, que foi igual em todas as situações;
- c) Houveram comportamentos diferenciados para as estimativas da chuva intensa e do hidrograma de projeto, onde algumas estações apresentaram estimativas maiores pelo método da máxima verossimilhança em relação ao método dos momentos, e em outros casos, situação inversa;
- d) De maneira geral, o método da máxima verossimilhança apresenta-se como a melhor alternativa para estudo de precipitações máximas diárias anuais, sendo a melhor alternativa para estimativa da chuva e vazão de projeto.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BEIJO, L. A. **Distribuição de Gumbel:** estudo de métodos de estimação dos parâmetros e ajuste aos dados de precipitação máxima de Lavras, MG. 2002. 91f. Dissertação (Mestrado em Estatística e Experimentação Agrônômica) - Universidade Federal de Lavras, 2002.

BEIJO, L. A. et al. Estudo da precipitação máxima em Jabotical (SP) pela distribuição de Gumbel utilizando dois métodos de estimação dos parâmetros. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 11, n.1, p.141-147, 2003.

BERTONI, J. C.; TUCCI, C. E. M. Precipitação. In: TUCCI, C. E. M. (Org.) **Hidrologia:** ciência e aplicação. 2. ed. Porto Alegre: Associação Brasileira de Recursos Hídricos/Editora Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001. p. 177-242.

CATALUNHA, M. J. et al. Aplicação de cinco funções densidade de probabilidade a séries de precipitação pluvial no estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v.10, n.1, p.153-162, 2002.

CLARKE, R. T. Fitting and testing the significance of linear trends in Gumbel distributed data. **Hydrology and Earth System Sciences**, Katlenburg-Lindau, Alemanha, v.6, n. 1, p.17-24. Feb, 2002.

DURRANS, S. R.; PITT, R. Maximum likelihood estimators for coarsely resolved precipitation data. **Journal of Hydrologic Engineering**, Reston, v. 9, n.1, p.13-27, 2004.

FREITAS, A. J. et al. **Equações de chuvas intensas no estado de Minas Gerais.** Belo Horizonte: Companhia de Saneamento de Minas Gerais; Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 2001. 65 p.

GUTIERREZ-MAGNESS, A. L.; McCUEN, R. H. Accuracy evaluation of rainfall disaggregation methods. **Journal of Hydrologic Engineering**, Reston, v.9, n.2, p.71-78, 2004.

MARTINS, E. S.; STEDINGER, J. R. Historical information in a generalized maximum likelihood framework with partial duration and annual maximum series. **Water Resources Research**, Washington, v. 37, n. 10, p.2559-2567, 2001.

MELLO, C. R. de. et al. Krigagem e inverso do quadrado da distância para interpolação dos parâmetros da equação de chuvas intensas. **Revista Brasileira de Ciência do Solo**, Viçosa, v.27, n.5, p.925-933, 2003.

OCCHIPINTI, A. G.; SANTOS, P. M. **Relação entre as precipitações máximas de “um dia” e de “24 horas” na cidade de São Paulo**. São Paulo: Instituto Astronômico e Geofísico, Universidade de São Paulo, 1966. 26 p.

RIGHETTO, A. M. **Hidrologia e recursos hídricos**. São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1998. 840 p.

ROWINSKI, P. M.; STRUPCZEWSKI, W. G., SINGH, V. P. A note on the applicability of log-Gumbel and log-logistic probability distributions in hydrological analyses: I. know pdf. **Hydrological Science Journal**, Walingford, Inglaterra, v. 47, n. 1, p.107-122, Feb. 2002.

SAS INSTITUTE. **Language guide for personal computers**. 6. ed. Cary, 1985. 429 p.

TUCCI, C. E. M. **Modelos hidrológicos**. Porto Alegre: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 1998. 669 p.

WALPOLE, R. E.; MYERS, R. H. **Probability and statistics for engineers and scientists**. 2.ed. New York: Macmillan Publishing, 1978. 580 p.