

**CINEMÁTICA DAS VELOCIDADES NORMAL E TANGENCIAL NO BORDO CORTANTE DAS LÂMINAS DE CORTADORES DE BASE DAS COLHEDORAS DE CANA-DE-AÇÚCAR**

**ROBERTO DA CUNHA MELLO<sup>1</sup> & KLEBER PEREIRA LANÇAS<sup>2</sup>**

---

**RESUMO:** O corte basal da cana-de-açúcar é realizado por dois discos contra-rotativos com cinco lâminas retangulares fixadas na posição radial e possuem movimentos de rotação e translação. Estas lâminas cortam os colmos em sua base por impacto, o que causa danos na soqueira e na cana colhida. O objetivo deste trabalho foi investigar virtualmente configurações alternativas de cortadores de base e fornecer subsídios para um desenvolvimento teórico do processo de corte. Foram escritos programas em MATLAB para determinar a influência de parâmetros como o ângulo de ataque, velocidade de avanço da colhedora, a velocidade angular do disco sobre a relação entre as velocidades normal e tangencial no bordo cortante da lâmina. Se houver um ângulo entre a perpendicular do bordo cortante e o deslocamento da lâmina (ângulo de ataque), ocorre um deslizamento e estando as fibras do material aderidas à lâmina, estas serão cortadas por fricção e sofrerão apenas tensão de tração. O estudo cinemático das lâminas curvas permitiu definir a relação entre as velocidades normal e tangencial em um ponto do bordo cortante e mostrou que o ângulo  $\theta_r$  (ângulo entre a raiz e a ponta da lâmina com o centro do disco) foi o fator que mais influenciou nesta relação.

**Palavras chave:** Estudo cinemático, cortador de base, colhedora de cana-de-açúcar.

---

<sup>1</sup> Pesquisador Científico do Instituto Agronômico de Campinas. [rcmello@iac.sp.gov.br](mailto:rcmello@iac.sp.gov.br)

<sup>2</sup> Professor da Faculdade de Ciências Agrárias da UNESP de Botucatu. [klancas@fca.unesp.br](mailto:klancas@fca.unesp.br)

## KINEMATIC S OF TANGENTIAL AND NORMAL VELOCITIES AT BLADE CUTTING EDGES OF SUGARCANE HARVESTER S

**SUMMARY:** *The sugarcane base cutter is composed of two counter-rotating discs that have five rectangular blades fixed in radial positions with rotational and transitional movements. These blades cut the cane at its base which causes damage to the stool and in the harvested cane. The objective of this study was to develop a virtual investigation of some alternative base cutting configurations, which is not based on the impact of the cut, and provides support for a theoretical development of the sugarcane cutting process. Programs were written in MATLAB to determine the influence of parameters such as cutting angle, forward combine speed, the angular velocity of the disk, and on the relationship between normal and tangential velocities at cutting. If there is an angle between the perpendicular cutting board and the displacement of the cutting blade (angle of attack) slipping occurs. The fibers of the material are adhered to the blade and are cut by friction while only enduring tension from traction. The kinematic study of curved blades allowed to define the relationship between the normal and tangential velocities at a point of the cutting edge and showed that the angle  $\theta_r$  (angle between the root and the tip of the blade with the center of the disc) was the factor that most influenced this relationship.*

**Keywords:** *Kinematic study, base cutter, sugarcane harvester.*

### 1 INTRODUÇÃO

O corte basal da cana-de-açúcar é realizado por dois discos contra-rotativos com cinco lâminas retangulares fixadas na posição radial. Os discos possuem os movimentos de rotação e translação, este devido ao deslocamento da máquina. Estas lâminas cortam os colmos em sua base por impacto, o que causa danos na soqueira e na cana colhida.

A cinemática do sistema convencional de corte de base foi estudada previamente por Oduori et al. (1992), que utilizaram o método de transformação linear homogênea desenvolvido por Crouch (1981), para determinar o deslocamento de um ponto em um corpo rígido através de matrizes e validado por um programa computacional interativo escrito em N88BASIC e executado no sistema MS-DOS. Os autores concluíram que o projeto do cortador de base deve considerar não apenas a cinemática do cortador, mas também a mecânica do processo de corte.

Kroes e Harris (1995), também desenvolveram um modelo matemático baseado no método de transformação linear homogênea, o qual descreve a cinemática de um cortador de base para calcular a

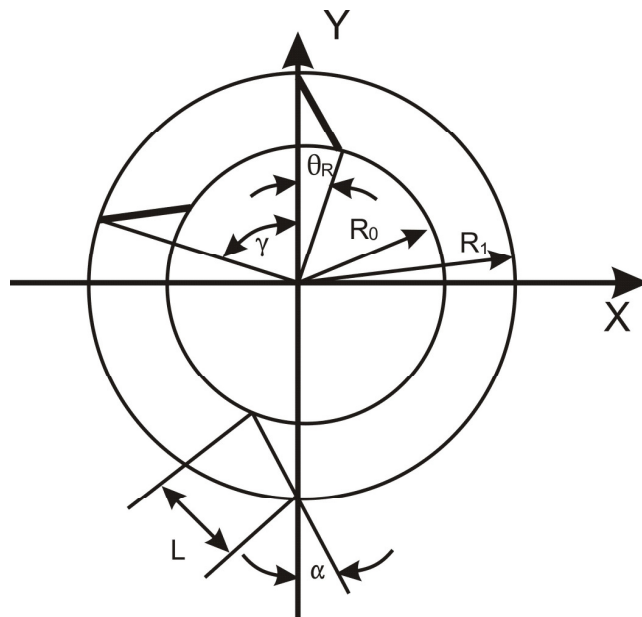
máxima velocidade de trabalho permitida, para assegurar que toda a área foi coberta pela ação de sucessivas lâminas na colheita da cana-de-açúcar.

Harris e Mello (1999), sugerem como alternativa ao corte por impacto, o corte por deslizamento. Foram escritos programas em MATLAB para determinar a influência de parâmetros como o ângulo de ataque, velocidade de avanço da colhedora, a velocidade angular do disco sobre a relação entre as velocidades normais e tangenciais no bordo cortante da lâmina.

O objetivo deste trabalho foi investigar virtualmente configurações alternativas de cortadores de base que incluem o corte por deslizamento.

## 2 MATERIAL E MÉTODOS

De acordo com Oduori et al. (1992), a Figura 1 ilustra a configuração de um bordo cortante o qual se inicia no momento ( $t_0$ ). Neste momento a origem 0, do sistema de coordenadas cartesiano estacionário, coincide com o centro de rotação do disco.



**Figura 1** - Configuração do bordo cortante. (Fonte: Oduori et al, 1992).

Para esta análise, as seguintes suposições precisam ser feitas: os bordos cortantes são de orientação fixa relativa ao disco; as lâminas são uniformemente distribuídas ao redor da periferia do disco. Se houver  $n$  lâminas no total, o ângulo denominado  $\gamma$  na Figura 1 é igual a  $2\pi n^{-1}$  radianos ou  $360 n^{-1}$  graus.

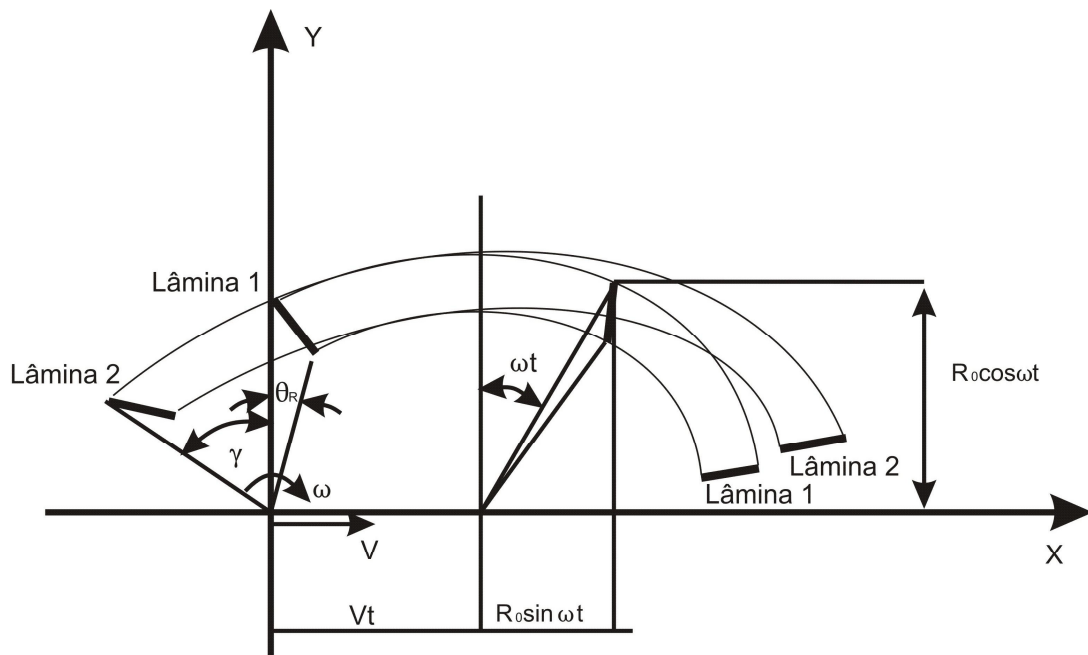
O disco gira em torno de seu eixo central com velocidade rotacional  $\omega$  ( $\text{rad s}^{-1}$ ) constante sendo positivo no sentido horário. O disco translada em linha reta dentro do plano de sua rotação com velocidade  $V$  ( $\text{m s}^{-1}$ ) constante positiva na direção X, denominada de velocidade de avanço.

Foram escritos programas em MATLAB, baseando-se nas equações abaixo os quais definem a quantidade desejada de sobreposição em função da velocidade da colhedora ( $V$ ), velocidade angular do disco ( $\omega$ ), comprimento e numero de lâminas. Estes programas calculam a relação entre as velocidades normal e tangencial ( $V_t/V_n$ ) em um ponto no bordo cortante

### 2.1 Trajetória da borda cortante

O método da transformação linear homogênea foi usado para descrever as trajetórias da borda cortante e o deslocamento de um ponto em uma estrutura rígida.

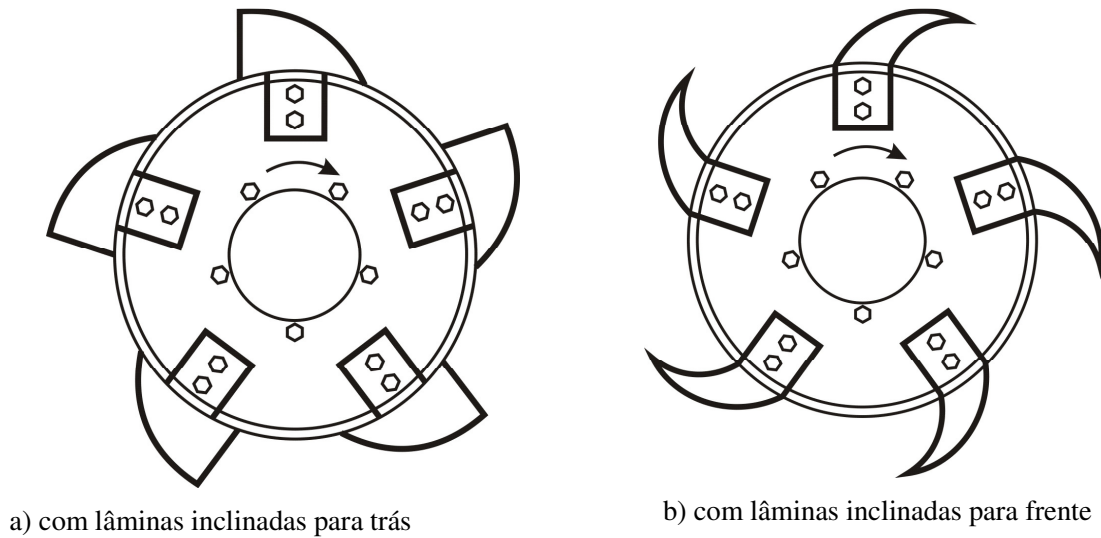
Na Figura 2 começando com a primeira lâmina (lâmina 1) e a segunda lâmina (lâmina 2) na posição indicada no tempo  $t_0$ . Então, em um tempo arbitrário subsequente ( $t$ ), a posição da lâmina pode ser descrita da seguinte forma:



**Figura 2** - Caminhamento dos sucessivos bordos cortantes (Fonte: Oduori et al, 1992).

### 2.2 Lâminas com bordos curvos

Inicialmente, foram consideradas lâminas com curvaturas inclinadas para trás. Após a investigação virtual no ângulo de ataque foram idealizadas novas configurações que são mostradas na Figura 3.



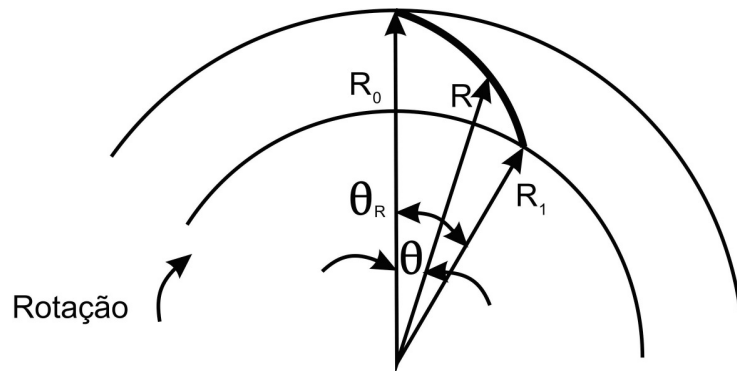
**Figura 3** - Cortadores de base alternativos

O bordo com perfil logaritmo foi escolhido por permitir que o parâmetro  $k$  possa ser determinado a partir do raio radii interno e externo da lâmina ( $R_1$  e  $R_0$ ) e da extensão angular da lamina ( $\theta_R$ ). O parâmetro  $k$  foi definido usando a equação 1.

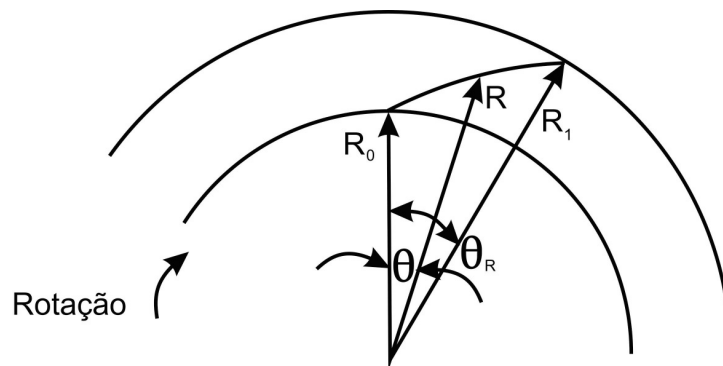
$$k = \frac{1}{\theta_R} \log \left( \frac{R_1}{R_0} \right) \quad (1)$$

Se fossem usados bordos cortantes circulares, o centro do círculo do bordo não coincidiria com o centro do disco, o que dificultaria a análise.

A lâmina tem um raio interno e externo e uma extensão angular  $\theta_R$ , então a lâmina com bordas inclinadas para frente e para trás pode ser definida como é mostrado nas Figuras 4 e 5 por:



**Figura 4** - Geometria para lâminas curvas inclinadas para trás



**Figura 5** - Geometria para lâminas curvas inclinadas para frente

Onde  $R$  é o raio do ponto estudado da espiral,  $\theta$  é o ângulo de referencia,  $R_0$  é o valor de  $R$  quando  $\theta = 0$  e  $R_1$  é o valor de  $R$  quando  $\theta$  é igual a  $\theta_r$ . O pólo da espiral logarítmica pode ser convenientemente localizado no centro do disco, o qual facilita a análise o que não aconteceria se as lâminas fossem com curvatura circular.

A grande variação de possíveis lâminas com bordas curvas, assim como o disco as quais elas estão fixadas, seria conveniente considerar um formato básico de curva baseado em parâmetros simples como um círculo, mas a espiral logarítmica definida pela Equação 2 oferece uma grande faixa de curvas parametrizadas.

$$R = R_0 e^{k\theta} \quad (2)$$

A lâmina inclinada para trás, tem o raio externo igual a  $R_0$ , o raio interno igual a  $R_1$  e a constante  $K$  menor que 0. A lâmina inclinada para frente, tem o raio externo igual a  $R_1$ , o raio interno igual a  $R_0$  e a constante  $K$  maior que 0.

$$R_1 = R_0 e^{k\theta_R} \quad (3)$$

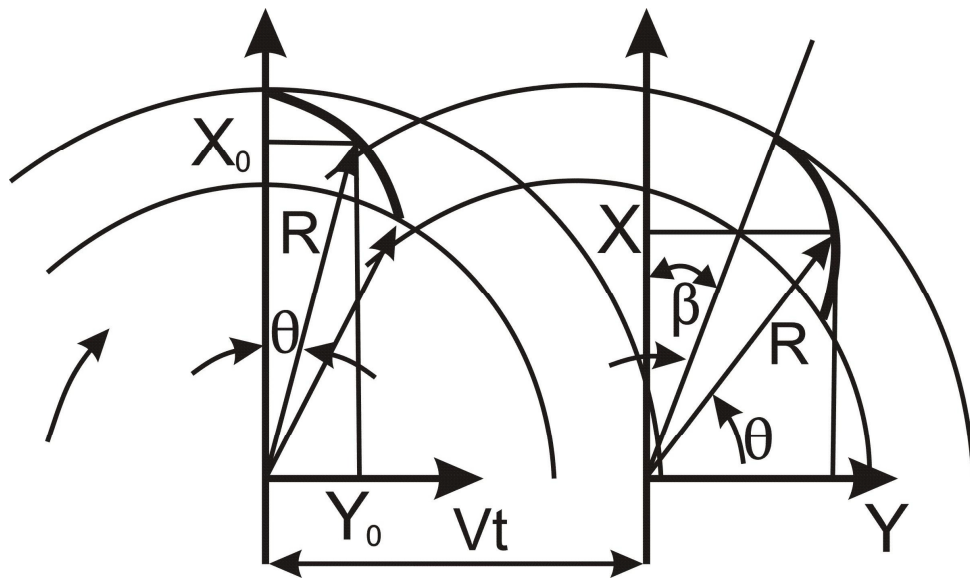
O bordo cortante tem sido definido tanto para lâmina inclinada para frente como para trás dependendo se o raio cresce ou decresce na direção da rotação. Uma vez definido o formato do bordo curvo, o interesse é na trajetória dos movimentos de rotação e translação do disco e nas velocidades normal e tangencial de um ponto na curva.

Para representar o deslocamento de um ponto sobre a translação e a rotação de um corpo rígido, definiram-se Y como a coordenada na direção linear do movimento e X como a normal desta direção. Nessa análise outra coordenada Z normal ao plano do disco foi adicionada. A forma geral da relação do movimento para três dimensões é:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} & D_{14} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} & D_{24} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} & D_{34} \\ D_{41} & D_{42} & D_{43} & D_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ S \end{bmatrix} \quad (4)$$

O vetor coluna  $P = \{X, Y, Z, S\}$  representa a posição do ponto no tempo  $t$ . A matriz quadrada de ordem quatro  $D = \{D_{ij}\}$  é a matriz deslocamento, e o vetor coluna  $P_0 = \{X_0, Y_0, Z_0, S\}$  representa a posição do ponto no tempo  $t = 0$ . A constante S pode ser qualquer número real.

A Figura 6 mostra a posição subsequente de qualquer ponto que é o produto da matriz deslocamento com o ponto de posição inicial.



**Figura 6** - Posição subsequente (X,Y) de um ponto (X0,Y0) do bordo cortante.

Para um disco rodando com velocidade angular  $\omega$  e velocidade de translação  $V$ ,  $S$  é definido como 1,  $\beta = \omega t$ , e  $D$  se torna

$$D = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 & Vt \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Onde  $X_0$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$  tem sido determinado no  $t = 0$ , então a posição subsequente do ponto é dado por

$$P = D.P_0 \quad (6)$$

Se a lâmina tem uma curvatura para trás  $R_0 > R_1$  e  $K < 0$  e se a lâmina tem uma inclinação para frente  $R_0 < R_1$  e  $K > 0$ . Para ambos as inclinações para trás e para frente o vetor posição inicial  $P_0$  é dado por:

$$P_0 = \{R_0 e^{k\theta} \cos \theta; R_0 e^{k\theta} \sin \theta, 0, 1\} \quad (7)$$



### 2.3 Velocidade do ponto

O aprimoramento do desenvolvimento teórico dos cortadores de base foi obtido através da derivada da matriz deslocamento pelo método da transformação linear homogênea. Com a derivada do deslocamento, obtém-se a velocidade do ponto no bordo cortante. Harris e Mello (1999) usaram estas equações para determinar a relação entre as velocidades normal e tangencial ( $V_t/V_n$ ) no ponto do bordo cortante para lâminas curvas. O modelo também pode ser usado em outras configurações de cortadores de base, para diferentes velocidades angulares do disco e de avanço da colhedora.

A velocidade de um ponto em um disco que está sujeito aos movimentos de rotação e translação com hastes fixas é dada por:

$$\dot{\mathbf{P}} = \frac{d}{dt} (\mathbf{P}) = \frac{d}{dt} (\mathbf{D}) \cdot \mathbf{P}_0 + \mathbf{D} \cdot \frac{d}{dt} (\mathbf{P}_0) \quad (8)$$

Onde:

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{P}_0) = 0$$

A diferencial de D é definida como:

$$\frac{d}{dt} \mathbf{D} = \begin{bmatrix} -\dot{\beta} \sin \beta & -\dot{\beta} \cos \beta & 0 & 0 \\ \dot{\beta} \cos \beta & -\dot{\beta} \sin \beta & 0 & V \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

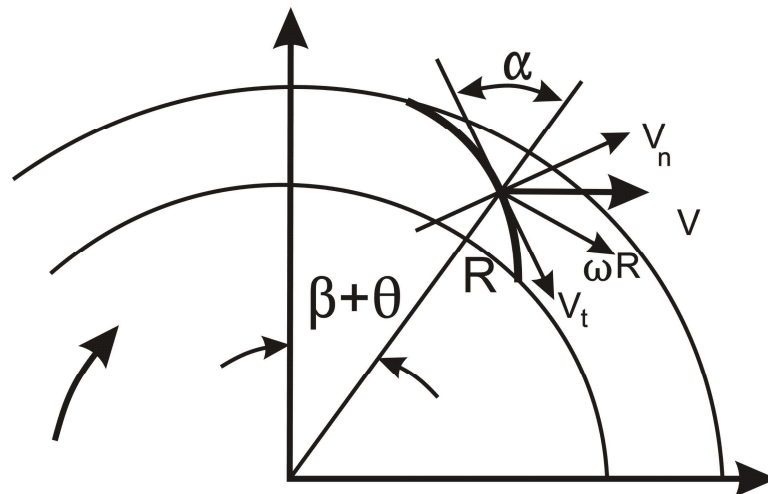
Esta equação define a velocidade de um ponto como o produto da diferencial da matriz deslocamento com o ponto de posição inicial. Para atender ao propósito deste trabalho, o interesse é nas componentes da velocidade normal e tangencial no bordo da lâmina.

O ângulo entre o raio e a tangente da lâmina naquele ponto, tem sido definido como ângulo de ataque ( $\alpha$ ), este é constante com a rotação do disco. As componentes das velocidades normal e tangencial no ponto sobre a lâmina com velocidade angular  $\omega R$ , e velocidade de deslocamento  $V$ , no tempo  $t$  da lâmina são calculados pelas equações 10 e 11 e mostradas na Figura 7.

$$V_n = \omega R \cos \alpha + V \cos [\alpha - (\omega t + \theta)] \quad (10)$$

$$V_t = \omega R \sin \alpha + V \sin [\alpha - (\omega t + \theta)] \quad (11)$$

Pelo cálculo do ângulo  $\alpha$  para o formato da lâmina, estas velocidades e suas relações podem ser calculadas para qualquer ponto sobre a lâmina em qualquer instante ao longo da trajetória.

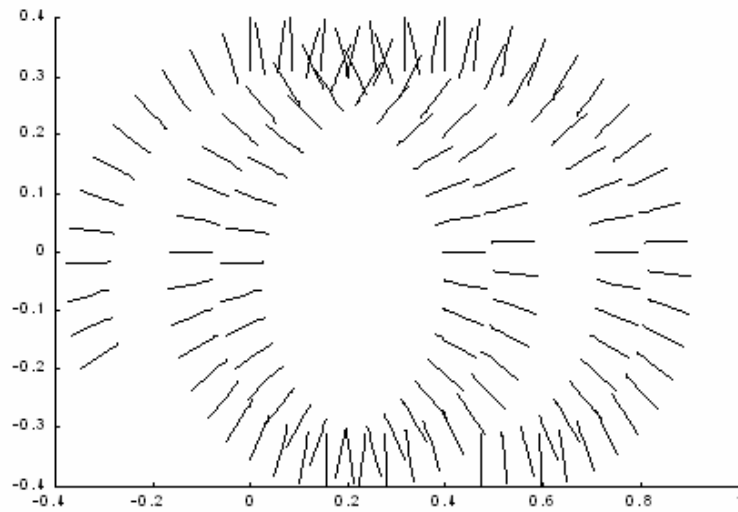


**Figura 7** – Componentes das velocidades normal e tangencial em um ponto do bordo cortante da lâmina.

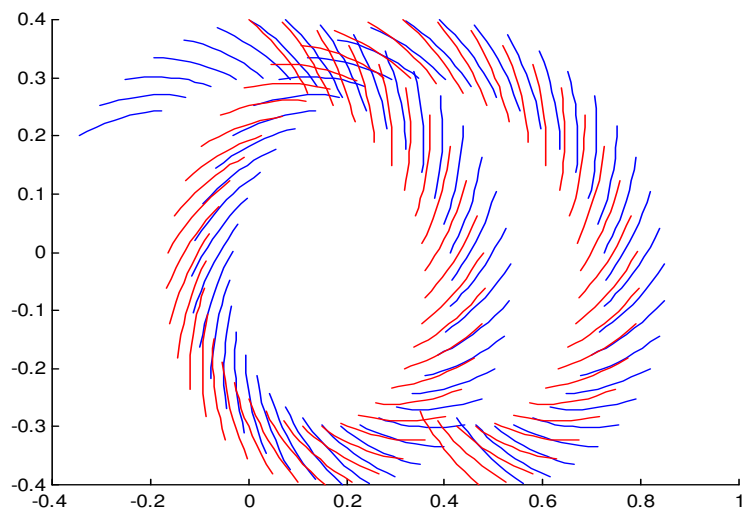
### 3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Figura 8 mostra a visualização gráfica gerada para um disco com três lâminas de borda reta, com movimento de rotação no sentido horário e translação para a direita na direção positiva de X. As coordenadas de origem X e Y estavam no centro do disco. A simulação mostrou que existe parte do colmo da planta que não foi cortado pela lâmina.

A Figura 9 mostra o percurso da lâmina inclinada para trás. O diagrama apresenta duas linhas correspondendo às trajetórias da primeira lâmina (em vermelho) e da lâmina seguinte (em azul), representando que houve suficiente sobreposição para evitar o contato entre a cana e o disco.



**Figura 8** - Visualização do caminhamento do bordo reto de lâminas vizinhas.

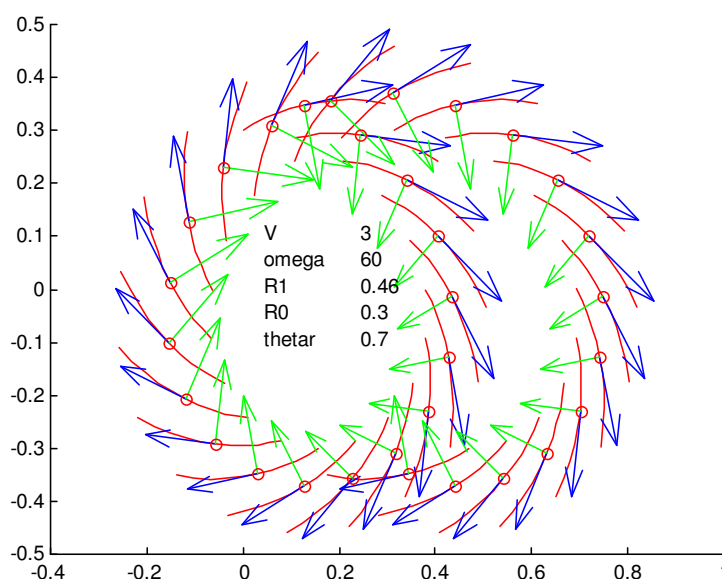


**Figura 9** - Trajetória das lâminas com inclinação para trás.

A trajetória e os vetores velocidades no bordo da lâmina inclinada para frente podem ser traçados para um caso típico como é mostrado na Figura 10. As lâminas são representadas em vermelho e as flechas representam as direções e as magnitudes das velocidades tangencial em azul (deslizamento) e normal

em verde (impacto) para um ponto médio ao longo do bordo. Os vetores velocidade são diferentes para cada ponto sobre o bordo curvo da lâmina.

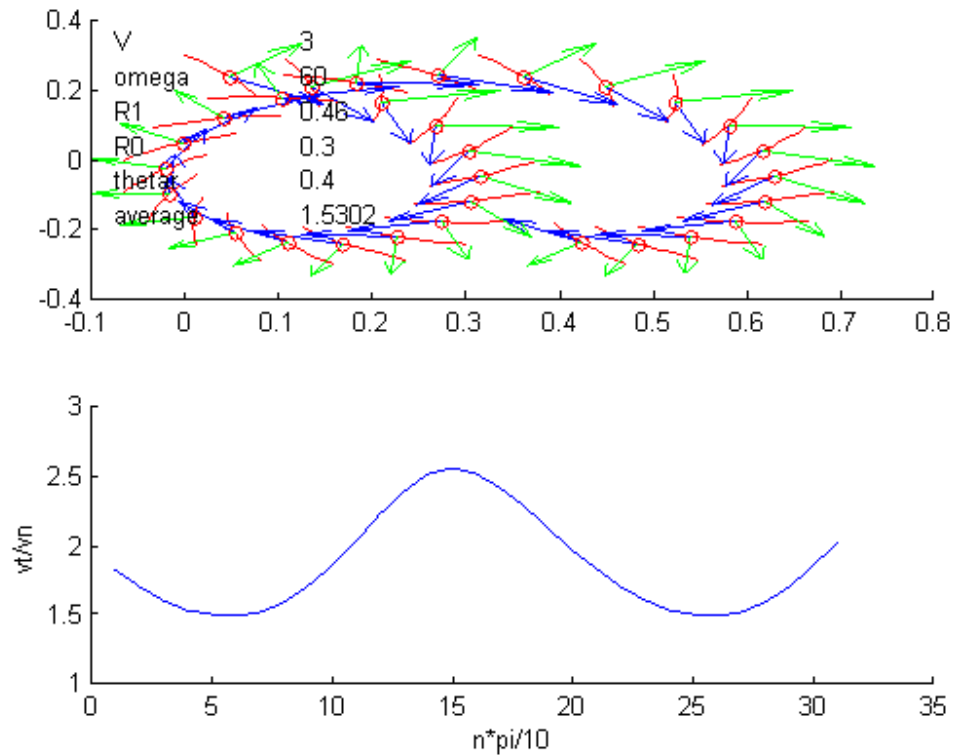
Cinematicamente a maior diferença entre as lâminas com inclinações para frente e para trás é que o vetor da velocidade normal é para dentro nas lâminas com inclinação para frente, e para fora lâminas com inclinação para trás o vetor velocidade é para fora. Isso sugere que lâminas com curvaturas para frente podem auxiliar na alimentação da colhedora uma vez que a força de corte na base do caule atua na direção contrária ao deslocamento da máquina, o que facilita na alimentação.



**Figura 10** - Vetores velocidades normal e tangencial para lâmina inclinada para frente (rotação horária e translação para a direita).

A relação de velocidades  $V_t/V_n$  varia para cada ponto do bordo da lâmina e para cada posição angular. Portanto, para uma posição dada sobre o bordo pode ser representado pelo seu valor médio para toda posição angular do disco. Este valor médio sobre o arco durante cada corte ocorrido pode ser usado para identificar a melhor configuração de lâmina e disco, visando maximizar a proporção de corte por deslizamento, ou seja, aumentando o valor da relação  $V_t/V_n$ .

As simulações também podem ser usadas para mostrar a magnitude relativa das direções das velocidades normal e tangencial. A Figura 11 mostra uma série de posições da lâmina com os vetores velocidades  $V_t$  e  $V_n$  para uma lâmina com inclinação para trás, rotação no sentido horário e translação para a direita. O centro do disco é posicionado na coordenada de origem (X,Y) no ponto (0,0)



**Figura 11** - Relação entre velocidade tangencial ( $V_t$ ) e velocidade normal ( $V_n$ ).

Com a lâmina inclinada para trás, a resultante da força de corte empurra a cana-de-açúcar para fora dos elementos de alimentação da máquina, enquanto que as lâminas com inclinação para frente, a resultante da força de corte puxa a cana para dentro da máquina.

As Tabelas 1 e 2 mostram os resultados da simulação da relação entre velocidades normal e velocidade tangencial considerando um valor médio da parte frontal do disco, para duas velocidades angulares ( $\omega$ ) diferentes.

**Tabela 1** - Valores da relação  $V_t / V_n$ , para diferentes  $\theta_r$  ângulos e velocidades angulares, para uma lâmina inclinada para frente.

Velocidade angular	Média da relação $V_t / V_n$ para diferentes $\theta_r$ ângulos				
	Ângulo $\theta_r$ (rad)				
	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
rpm					
450	1,097	1,383	1,904	2,321	2,747
600	1,209	1,530	2,138	2,568	2,832

**Tabela 2** - Valores da relação  $V_t / V_n$ , para diferentes  $\theta_r$  ângulos e velocidades angulares, para uma lâmina inclinada para trás.

Velocidade angular	Média da relação $V_t / V_n$ para diferentes $\theta_r$ ângulos				
	Ângulo $\theta_r$ (rad)				
	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
rpm					
450	1,132	1,374	1,623	1,881	2,150
600	1,465	1,456	1,730	2,021	2,326

Segundo Persson (1987) se houver um ângulo entre a perpendicular do bordo cortante e o deslocamento da lâmina (ângulo de ataque), ocorre um deslizamento. Quando ocorre o deslizamento em uma lâmina afiada, as fibras do material aderem à lâmina e estas serão cortadas por fricção e sofrerão apenas tensão de tração. Além da força normal, ocorre também uma força tangencial no bordo da lâmina.

A relação entre as velocidades normal e tangencial define se o corte é realizado por impacto (velocidade normal) ou por deslizamento (velocidade normal mais a velocidade tangencial)

Devido à elasticidade do material, o corte por deslizamento requer mais energia que o corte por impacto ou cisalhamento, mas pode ser executado com uma força normal menor, porque poucas fibras são envolvidas no processo de corte ao mesmo tempo (Chancellor, 1957).

#### 4 CONCLUSÕES

O estudo cinemático das lâminas curvas na forma de uma espiral logarítmica com movimento de rotação e translação permitiu definir a relação entre as velocidades normal e tangencial em um ponto do bordo cortante e mostrou que o ângulo  $\theta_r$  foi o fator que mais influenciou nesta relação.

#### 5 REFERÊNCIAS

CHANCELLOR, W. J. **Basic concepts of cutting hay**. 1957. Thesis (Doctor of Philosophy)-Cornell University, Ithaca, 1957.

CROUCH, T. **Matrix methods applied to engineering rigid body mechanics**. London: Pergamon Press, 1981. 385 p.

HARRIS, H.; MELLO, R. da C. Kinematics, blade shapes and edges for alternatives basecutter configuration. In: CONFERENCE OF AUSTRALIA SOCIETY OF SUGAR CANE TECHNOLOGISTS, 21., 1999, Townsville. **Proceedings...** Mackay Mail Centre: ASSCT, 1999. p. 169-177.

KROES, S.; HARRIS H. D. A kinematic model of the dual basecutter of a sugar cane harvester. **Journal of Agricultural Engineering Research**, London, v. 62, p. 163-172, 1995.

ODUORI, M. F.; GUPTA, C. P.; SAKAI, J. Kinematics of revolving-knife disk-type sugar cane basecutter. **Agricultural Mechanisation in Asia, Africa and Latin America**, , v. 23, n. 4, p. 9-15, 1992.

PERSSON, S. **Mechanics of cutting plant material**. Michigan: American Society of Agricultural Engineers, 1987.