

MODELAGEM MATEMÁTICA DE AFERIÇÕES DE TEMPERATURA COM APLICAÇÃO EM GRAUS-DIAS PARA CULTURA DA CANA-DE-AÇÚCAR

PAULO ROBERTO ISLER¹; HELENICE DE OLIVEIRA FLORENTINO² & DINIVAL MARTINS³

RESUMO: O Brasil é um grande produtor agrícola, nos últimos anos a produção tem crescido e a área apta para plantio ainda não foi totalmente utilizada e estima-se que está sendo usada metade da área adequada para a agricultura. Mas, as grandes dimensões do país, a rapidez no desenvolvimento e as intensas modificações climáticas, têm trazido grandes problemas técnicos, econômicos e administrativos. A modelagem matemática vem sendo utilizada como ferramenta para auxiliar na tomada de decisão auxiliando na busca de soluções para estes problemas através do aumento de precisão e conseqüentemente na rentabilidade agrícola. Este trabalho propõe o uso de técnicas para modelagem matemática da temperatura diária, visando determinar equações matemáticas que descrevam as temperaturas diárias de um modo satisfatório, de tal forma que as curvas descritas pelas equações, auxiliem no cálculo de Graus-Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. Foram utilizados o Método dos Mínimos Quadrados e de SPLINE para a interpolação com quatro pontos, com estas funções foi calculado o Graus-dias para a cultura da cana-de-açúcar, no período de um ano e comparado com os métodos atuais. Ambos métodos apresentaram melhor desempenho reduzindo os erros em aproximadamente 50%.

Palavras-chave: Temperatura, graus-dia, modelagem matemática, cana-de-açúcar.

¹ Aluno do curso de Pós-graduação pauloisler@gmail.com

² Professora Adjunto da UNESP-Botucatu-Departamento de Bioestatística – Campus de Botucatu Distrito Rubião Júnior, CEP 18618-970- Botucatu,SP . helenice@ibb.unesp.br

³ Professora Adjunto da UNESP-Botucatu-Departamento de Bioestatística – Campus de Botucatu Distrito Rubião Júnior, CEP 18618-970- Botucatu,SP. dinival@fca.unesp.br

MATHEMATICAL MODEL OF TEMPERATURE MEASUREMENTS IN DEGREE DAYS OF SUGARCANE

SUMMARY: Brazil is a major agricultural producer, in recent years the production has grown and the area suitable for cultivation has not yet been fully utilized and it is estimated that half area suitable for agriculture is being used. But, due to the large size of the country, alongside the rapid development and intense climate changes have brought along great technical, economic and administrative problems. Mathematical modeling has been used as a tool to assist in decision making, aiding in the search for solutions to these problems through increased accuracy and therefore agricultural profitability. This paper proposes the use of mathematical modeling techniques of daily temperature to determine mathematical equations that describe the daily temperatures in such a satisfactory manner, that the curves described by equations assist in the calculation of Degree Days, which is an important Measurement in production agriculture. We used the method of least squares and SPLINE interpolation to four points. With these functions degree days were calculated for the cultivation of sugarcane in a one-year period and compared were with current methods. Both methods showed better performance by reducing errors by approximately 50%.

Keywords: Temperature, degree days, mathematical modeling, sugarcane.

1 INTRODUÇÃO

Dentre os principais fatores que influenciam a produção agrícola destacam-se as condições climáticas, que são praticamente incontroláveis. Assim, para que qualquer empreendimento agrícola tenha sucesso, as respostas entre clima-planta precisam ser adequadamente quantificadas e monitoradas.

Para o desenvolvimento das plantas existem vários fatores que aceleram ou retardam os processos biológicos. Podemos citar os componentes do solo, disponibilidade hídrica, foto período, radiação e temperatura. No entanto, a temperatura serve também como um catalisador para os processos fisiológicos, a radiação age na fotossíntese. Como a temperatura é uma consequência da radiação pode-se dizer que conhecendo o seu comportamento, o desenvolvimento vegetativo pode ser estimado.

A variação da temperatura do ar sofre interferência de vários fatores como a radiação solar, latitude, a longitude, altitude, a proximidade dos oceanos, etc. O relevo do local em estudo causa grandes interferências no comportamento da temperatura. De acordo com Salati et al. (2002), o aumento da temperatura faz com que o ar retenha mais vapor de água, o que pode ocasionar secas, inundações, furacões e pode cau-

sar o derretimento das geleiras. Segundo Thomas et al. (2004), isto pode ocasionar a extinção de várias espécies animais e vegetais.

Nas plantas, o aumento da temperatura, até uma dada temperatura base superior, é diretamente proporcional à atividade fotossintética. As reações catalisadas enzimaticamente podem ser aceleradas, resultando na perda da atividade das enzimas, fator este associado à tolerância das plantas ao calor (BIETO; TALON, 1996). A temperatura influencia vários processos do crescimento e desenvolvimento da planta como, crescimento das raízes, absorção de nutrientes e de água, fotossíntese, respiração e translocação (COELHO; DALE, 1980).

Hesketh e Warrington (1989) verificaram que a temperatura influencia na altura da planta e que a taxa de alongação da planta responde linearmente a temperatura. Tollenar et al. (1979) observaram que a relação, entre temperatura e desenvolvimento da cultura, é linear com um efeito direto no aparecimento e no número total de folhas. Guissem et al. (2001) afirmam que os graus-dia e a radiação solar global influenciam o desenvolvimento vegetativo do milho com a mesma magnitude.

Além destes fatores a temperatura pode afetar as reações bioquímicas que determinam todo o processo germinativo. A germinação de cada espécie depende da temperatura e ocorre dentro de limites definidos (mínimo, ótimo e máximo), que caracterizam sua distribuição geográfica. A velocidade de germinação e uniformidade de emergência diminuem com temperaturas abaixo da ótima e temperaturas acima da ótima aumentam a velocidade de germinação, embora somente as sementes mais vigorosas consigam germinar. Entre os limites existe uma temperatura ótima na qual o desenvolvimento das plantas é máximo. As faixas de temperaturas (temperaturas base) assim como a temperatura ótima variam de espécie para espécie (WUTKE et al., 2000).

Um dos métodos utilizados para relacionar a temperatura do ar e o desenvolvimento vegetal é o total de graus-dia acumulados (GDA), definido como a soma de temperaturas acima da condição mínima e abaixo da máxima necessárias para a planta finalizar os diferentes sub-períodos de desenvolvimento (SOUZA, 1990). O conceito de graus-dia (GDA) foi desenvolvido para superar inadequações do calendário diário, identificar as melhores épocas de semeadura, escalonar a produção de culturas e para programas de melhoramento (WARINGTON; KANEMASU, 1983). Infeld e Silva (1987) afirmam que o aumento da temperatura acelera o desenvolvimento da planta, reduzindo o seu ciclo e vice-versa. Segundo Praela e Ribeiro (2002) o conhecimento dos valores diários de precipitação e evapotranspiração, assim como de graus dia acumulados, são necessários para a avaliação dos diferentes sub-períodos de desenvolvimento em. Existem vários métodos para o cálculo dos **Graus-dia**, porém, os mais conhecidos são Arnold(1959), Ometto (1981), Snyder (1985) e Dufault (1997).

O método de graus dia tem sido utilizado para caracterizar o ciclo de vida da cana-de-açúcar. A cana é uma das principais culturas do mundo e o Brasil é um dos maiores exportadores mundiais de produtos

oriundos da cana. Outro fato que faz com que esta cultura esteja em evidência, é o seu enorme potencial na produção de energia limpa. Como consequência destes fatos, vários estudos tem sido realizados para determinar o melhor período de plantio, o momento das adubações, das irrigações e dos tratamentos contra as pragas. Muitos destes estudos utilizam a técnica de graus-dia como ferramenta, a saber: (LIMA, 2006; WUTKE, et al., 2000, BARBANO et al., 2001; ALMEIDA; GONÇALVES, 2007).

Visando uma contribuição na amenização destes problemas, foi investigado no presente trabalho modelos matemáticos para estimar a curva de temperatura diária, com a finalidade de ser utilizada, além de outros, no cálculo de **Graus Dia**. Assim, poderão ser determinados os períodos de plantio, colheita e riscos de geadas com mais segurança. Foi dado ênfase ao cálculo do tamanho do ciclo da cultura da cana-de-açúcar, devido à grande importância desta cultura e seu potencial energético. Para a criação do modelo que expresse a temperatura ao longo do dia, utilizaram-se técnicas de interpolação como os métodos de Lagrange, Newton, Newton-Gregory, Linear, Mínimos Quadrados, *Splines* e Algoritmos genéticos.

2 MATERIAL E MÉTODOS

Para realização deste trabalho foram coletados dados de temperatura medidos por um termógrafo Filotécnico da marca Milano, no período de 1997 a 2006 na Estação Agrometeorológica da Faculdade de Ciências Agrárias-UNESP, no departamento de Ciências Ambientais situado na Latitude 22°51' Sul, Longitude 48°26' e a 786m de altitude. De acordo com a classificação climática de Koppen, o clima de Botucatu é classificado como Cwa, caracterizado como temperado úmido, com inverno seco e verão quente.

As implementações computacionais deste trabalho foram desenvolvidas utilizando os softwares Matlab (versão 7.4.0 R2007a), Origin (versão 6.0), SAS (versão 9.2) e Excel 2007, do Laboratório Científico de Informática (LCI) do Departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências da UNESP de Botucatu.

Os dados foram organizados em planilhas, separados por anos e as planilhas foram utilizadas nos programas para entrada de dados. Utilizando-se dados de temperaturas horárias deste período foram feitas as médias e o desvio-padrão das temperaturas horárias, utilizando o software SAS (versão 9.2), para serem realizadas análises da distribuição dos dados. Utilizando o software Origin (versão 6.0) foram feitos os gráficos das variações da temperatura ao longo do dia, dos meses, das estações e dos anos. Com estes gráficos foram feitas as análises do comportamento das temperaturas horárias diárias, mensais, anuais e por estações do ano. Através destas análises foi possível esboçar o comportamento da curva de temperatura.

Tendo conhecidas as distribuições da temperatura ao longo do dia, dos meses, das estações e do ano, são analisados os modelos matemáticos que se ajustam aos dados. Para a modelagem, foram utilizados

4 pontos para determinar o polinômio interpolador, visto que em situações reais de campo, o agricultor tem poucas informações sobre valores de temperaturas diárias. Assim, trabalha-se com quatro medições ao longo do dia. Este número de medições foi determinado de forma a possibilitar uma boa aproximação, visto que as análises dos dados e análises gráficas evidenciaram que um polinômio de terceiro ou quarto grau ajustam-se aos dados, por conveniência para o agricultor, optou-se em utilizar um polinômio de terceiro grau.

Em virtude de alguns dias não apresentarem todas as medições de temperaturas, foram feitas novas planilhas excluindo-se os dias com medições incompletas, e ainda uma nova planilha com as temperaturas médias horárias. Estas novas planilhas foram utilizadas para determinar os polinômios interpoladores. No software MATLAB foram implementados os métodos:

- Interpolação linear;
- Fórmula interpolatória de Lagrange;
- Fórmula interpolatória de Newton;
- Fórmula Interpolatória de Newton-Gregory;
- *Splines*.

Com estes algoritmos foram testados os 4 pontos de interpolação que apresentam melhor aproximação. Para determinar quais seriam estes pontos foi proposto o modelo de otimização discutido a seguir.

2.1 Escolha dos pontos ótimos de interpolação

Dado o conjunto de pontos (t_i, T_i) onde $i=1, 2, \dots, 24$, $t_i = i$ é a hora i do dia e T_i é a temperatura do dia na hora t_i , ou seja, t_i é a discretização do dia (tempo) em horas. Para determinar a curva de temperatura do dia, T (em graus), em função do tempo t (hora), é sugerido o uso de interpolação polinomial sobre 4 pontos $(x_j, T(x_j))$, $j=0, 1, 2, 3$.

O objetivo aqui é determinar quais os quatro pontos $(x_j, T(x_j))$ devem ser usados na interpolação, dentre os 24 pontos existentes, $\{(t_1, T(t_1)), (t_2, T(t_2)), \dots, (t_{24}, T(t_{24}))\}$, de modo a gerar o melhor polinômio interpolador $P(t)$, ou seja, determinar $(x_j, T(x_j))$, $j=0, 1, 2, 3$, tais que o erro dado por $\sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)|$ seja o mínimo possível.

Para determinação destes pontos foi proposto um modelo de otimização que leva em consideração os seguintes conjuntos de horas do dia.

$$C1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$C2 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\};$$

$$C3 = \{13, 14, 15, 16, 17, 18\};$$

$$C4 = \{19, 20, 21, 22, 23, 24\}.$$

Os pontos x_0, x_1, x_2, x_3 serão determinados de forma que:

- O primeiro ponto tem abscissa, x_0 , pertencente ao conjunto $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$;
- O segundo ponto tem abscissa, x_1 , pertencente ao conjunto $\{t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}\}$;
- O terceiro ponto tem abscissa, x_2 , pertencente ao conjunto $\{t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}\}$;
- O quarto ponto tem abscissa, x_3 , pertencente ao conjunto $\{t_{19}, t_{20}, t_{21}, t_{22}, t_{23}, t_{24}\}$.

Desta forma pode-se escrever:

$$x_0 = a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3 + a_4 t_4 + a_5 t_5 + a_6 t_6$$

$$x_1 = b_1 t_7 + b_2 t_8 + b_3 t_9 + b_4 t_{10} + b_5 t_{11} + b_6 t_{12}$$

$$x_2 = c_1 t_{13} + c_2 t_{14} + c_3 t_{15} + c_4 t_{16} + c_5 t_{17} + c_6 t_{18}$$

$$x_3 = d_1 t_{19} + d_2 t_{20} + d_3 t_{21} + d_4 t_{22} + d_5 t_{23} + d_6 t_{24}$$

Com $a_k, b_k, c_k, e d_k, k=1, \dots, 6$, assumindo valor 0 ou 1 e ainda

$$\sum_{k=1}^6 a_k = 1, \quad \sum_{k=1}^6 b_k = 1, \quad \sum_{k=1}^6 c_k = 1 \quad e \quad \sum_{k=1}^6 d_k = 1$$

Usando o método de interpolação de Lagrange, tem-se:

$$P(t) = T_0 l_0 + T_1 l_1 + T_2 l_2 + T_3 l_3$$

Com $T_j = T(x_j), j=0, 1, \dots, 3$ e

$$l_0 = \frac{[(t-x_1)(t-x_2)(t-x_3)]}{[(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)]}, \quad l_1 = \frac{[(t-x_0)(t-x_2)(t-x_3)]}{[(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)]},$$

$$l_2 = \frac{[(t-x_0)(t-x_1)(t-x_3)]}{[(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)]}, \quad l_3 = \frac{[(t-x_0)(t-x_1)(t-x_2)]}{[(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_0)]}$$

A função erro a ser minimizada é dada por:

$$ERRO = \sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)|$$

Com $P(t_i)$ sendo o polinômio interpolador de Lagrange $P(t)$ calculado em $t=t_i$ e $T(t_i)$ o valor da temperatura medida no instante t_i .

Assim, é proposto o seguinte modelo de otimização:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)|$$

Sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^6 a_i = 1 \\ \sum_{i=1}^6 c_i = 1 \\ x_0 = \sum_{i=1}^6 a_i t_i \\ x_2 = \sum_{i=1}^6 c_i t_{i+12} \\ a_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ b_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ c_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ d_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^6 b_i = 1 \\ \sum_{i=1}^6 d_i = 1 \\ x_1 = \sum_{i=1}^6 b_i t_{i+6} \\ x_3 = \sum_{i=1}^6 d_i t_{i+18} \end{array} \right.$$

Em que:

$$P(t_i) = T(x_0) \frac{(t_i - x_1)(t_i - x_2)(t_i - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} + T(x_1) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_2)(t_i - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + T(x_2) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_1)(t_i - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + T(x_3) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_1)(t_i - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)}$$

O modelo proposto é um problema de programação não linear binária, que pode ser resolvido com técnicas de otimização apropriadas, conforme descrito na literatura. Neste trabalho optou-se pela utilização do Algoritmo Genético.

O AG utilizado possui as seguintes características:

- Em cada geração, a população apresenta 100 indivíduos.
- O número de gerações é 300.
- A taxa de seleção para “crossover” é 80%.

- A probabilidade de mutação é de 3%.

Também foi utilizado o processo de migração que consiste em trocar poucos membros da população por outros distintos para diversificar a população. Neste algoritmo foi determinada a troca de apenas um indivíduo por geração com probabilidade 0,1%. O “crossover” foi de apenas um ponto sorteado aleatoriamente em cada cruzamento.

O mesmo algoritmo foi utilizado para resolver o modelo, mas com aproximação da função usando *Spline*. Em ambos os casos foram utilizados todos os dias em que apresentavam medições completas no período de 1997 a 2006. A seguir foram determinados os polinômios com os melhores pontos de aproximação, ou seja, os pontos que em média apresentaram menor erro.

Atráves destes novos polinômios foi construída uma nova matriz com os valores obtidos nas demais horas, e foi calculado o erro médio dos métodos. Foram realizados cálculos de Graus-dias utilizando os polinômios determinados e os resultados foram comparados com o método proposto por Ometto. Para o cálculo dos Graus-dias foi utilizada a temperatura base de 20°C que é a temperatura base da cana-de-açúcar.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Propõe-se neste trabalho, o uso de técnicas para modelagem matemática da temperatura, visando determinar funções matemáticas que descrevam as temperaturas diárias de um modo satisfatório, de tal forma que as curvas descritas pelas funções, auxiliem no cálculo de Graus-Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. Com este intuito, foram realizados estudos com relação ao comportamento da curva de temperatura, escolha dos melhores pontos de interpolação e comparação da metodologia proposta com as técnicas mais usuais para cálculo de Graus-Dia, como descrito a seguir.

3.1 Comportamento da curva de temperatura

O comportamento da temperatura é semelhante ao longo do ano. A temperatura mínima ocorre sempre próxima das 6 horas e a máxima entre 14 e 15 horas. Durante o ano, a temperatura média local varia de 12,84°C a 26,69°C. Porém a faixa na qual a temperatura varia, altera de mês para mês conforme mostra a figura 1. Este comportamento é o mesmo quando analisado por estações do ano, como apresentado a seguir:

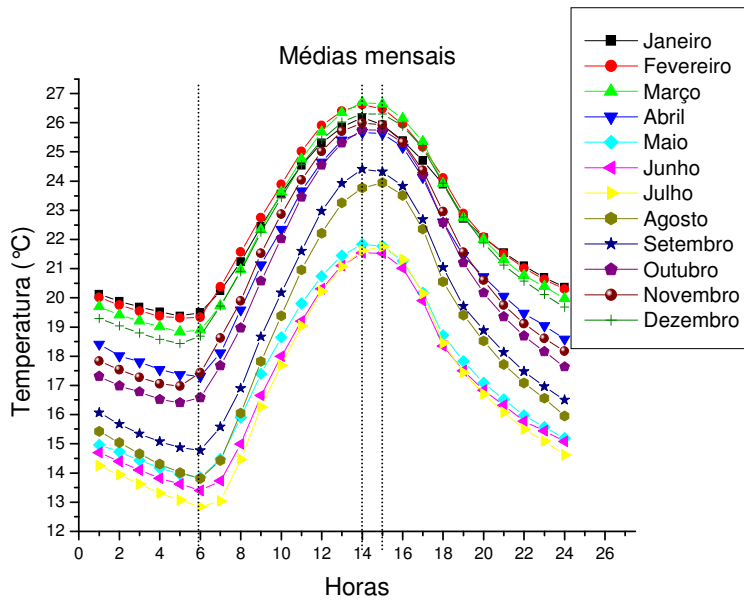


Figura 1 - Temperaturas médias horárias mensais.

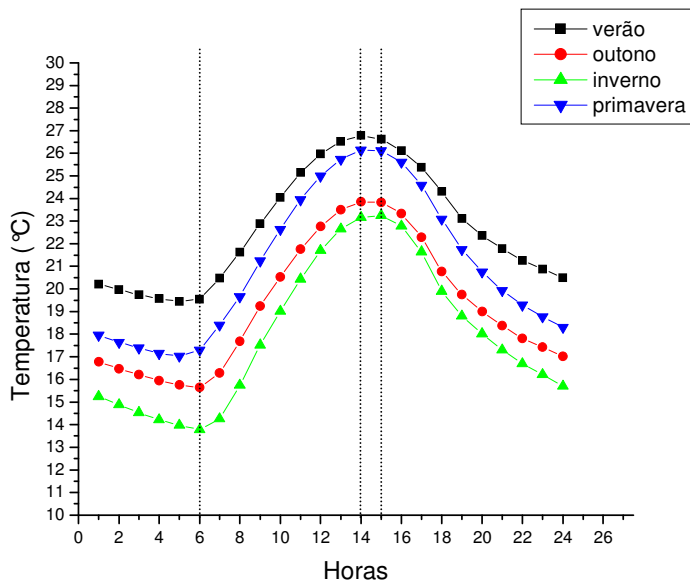


Figura 2 - Temperaturas médias horárias por estações do ano.

Pelas figuras anteriores, pode ser notado que as temperaturas, diárias, mensais, anuais e por estações do ano apresentam a temperatura mínima na faixa das 6 às 7 horas, em que na maioria dos casos a temperatura mínima ocorre às 6 horas, e a máxima na faixa das 14 às 15 horas.

A tabela a seguir apresenta as temperaturas médias, mínimas e máximas ocorridas durante os anos de 1997 a 2006.

Tabela 1 - Temperaturas máximas, médias e mínimas no período de 1997 a 2006

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Temperatura Mínima °C	3	6	5	1,8	3	3	4	4,5	5,5	3
Temperatura Média °C	20,5	20,3	19,9	20,3	20,3	20,5	19,7	19,1	19,8	19,6
Temperatura Máxima °C	35	33,4	34,6	34,4	32,5	36	35	34,5	33	34,5

A variação da temperatura média anual é relativamente alta visto que oscilou em aproximadamente 2 °C. O ano com temperaturas médias mais elevadas neste período foi 2002 e o com temperaturas médias mais amenas foi 2004. A Figura 3 a seguir ilustra esta situação.

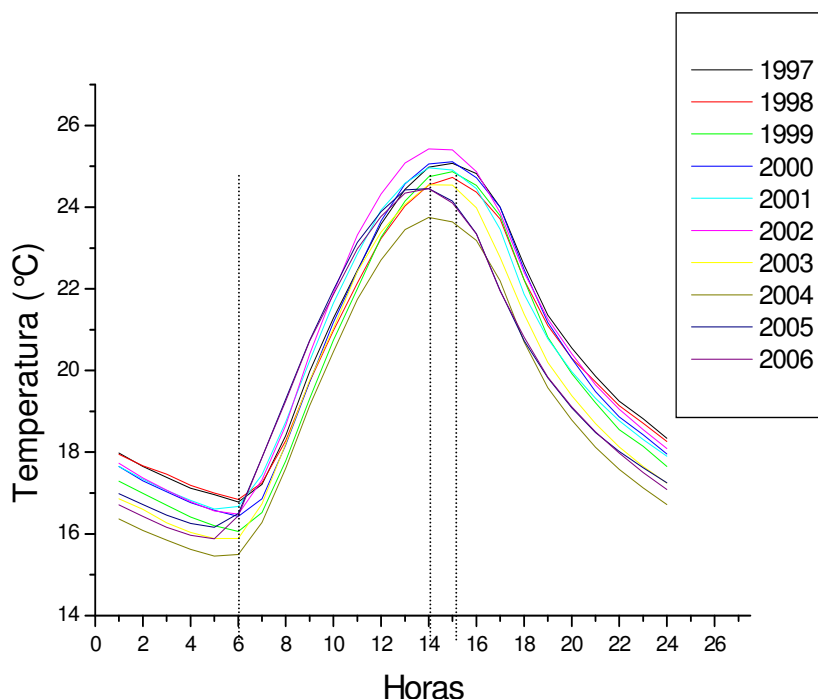


Figura 3 - Temperaturas médias anuais no período de 1997-2005.

As temperaturas máximas e mínimas apresentam variações maiores que as temperaturas médias. A temperatura média anual variou de 19,1 a 20,5°C, a temperatura máxima anual variou de 32,5 a 36°C, a temperatura mínima variou de 1,8 a 6°C.

Observando as formas das curvas que descrevem as temperaturas diárias, foi proposta uma interpolação dos pontos por um polinômio de grau menor ou igual a três. Este número de pontos de interpolação foi escolhido devido à forma das curvas e ainda por ser viável a obtenção destas temperaturas pelo próprio gestor na área rural em apenas quatro horas do dia, não necessitando recorrer a estações meteorológicas ou a aquisição de equipamentos mais sofisticados para obter suas estimativas para o cálculo dos Graus-dia. A seguir serão discutidas as formas de obtenção dos melhores pontos para esta interpolação.

3.2 Escolha dos Pontos de Interpolação

A princípio optou-se pela escolha dos seguintes pontos de interpolação {1, 6, 15, 24}, pois estes estão relacionados com as horas extremas do dia e com as temperaturas mínimas e máximas. Uma segunda abordagem para escolha destes pontos foi utilizar o modelo de otimização proposto descrito na metodo-

logia do presente trabalho. Para resolução deste modelo utilizou-se o algoritmo genético também descrito anteriormente.

Para o conjunto de pontos {1, 6, 15, 24} foram utilizados os métodos de Splines e Mínimos Quadrados para ajustar uma função cúbica aos dados. A Figura 4 ilustra as curvas obtidas para os polinômios interpoladores para um dia sorteado aleatoriamente.

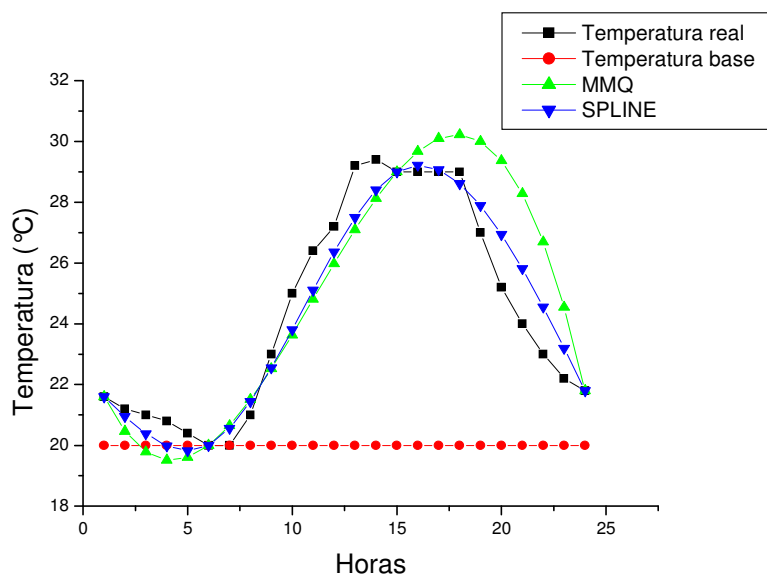


Figura 4 - Polinômios de interpolação para o conjunto de pontos {1, 6, 15, 24}

As funções interpoladas foram utilizadas no cálculo de Graus-dias. Para isto foi determinada por integração a área da região delimitada pelas curvas das funções interpoladas e as retas que representam as temperaturas base da cultura. A Tabela 2 apresenta, como exemplo, uma comparação dos valores calculados para Graus-dia da cultura da cana-de-açúcar, no dia sorteado aleatoriamente (26/02/1997) com temperatura base inferior de 20°C e superior de 40°C. Os valores da tabela foram obtidos utilizando os métodos de Ometto, integração-Splines, integração-Mínimos Quadrados e o valor “real” obtido pelo método de 3/8 de Simpson utilizando às 24 horas do dia.

Tabela 2 - Cálculo dos Graus-dias para o dia 26/02/1997 utilizando o conjunto {1, 6, 15, 24}

Dia	GD Real	GD SPLINE	GD	
			Ometto	GD MMQ
26-02-1997	4,3906	4,3674	4,7	4,8467

A tabela a seguir apresenta os desvios médios entre os modelos mostrados e os dados reais.

Tabela 3 - Comparação dos métodos para o cálculo dos Graus-dias em 26/02/1997

Pontos	Desvio Médio (OMETTO)	Desvio Médio em GD <i>SPLINE</i>	Desvio Médio em GD MMQ
1 - 6 -15- 24	0,3094	0,0232	0,4561

Observa-se que no dia sorteado, o melhor resultado foi utilizando o método de “Splines”, com um desvio médio muito pequeno quando comparado com o valor real. Porém, o método MMQ apresentou um resultado pior que o método de Ometto. Na tentativa de melhorar os resultados obtidos no cálculo dos Graus-dias, foi proposta a escolha dos pontos de interpolação a partir do modelo apresentado em métodos.

Os melhores pontos de interpolação encontrados pelo modelo de otimização com a utilização do método dos mínimos quadrados foram {3, 9, 16, 22} e com a utilização de *Splines* foram {2, 7, 13, 20}. A figura a seguir ilustra o comportamento das curvas destes polinômios no dia sorteado aleatoriamente.

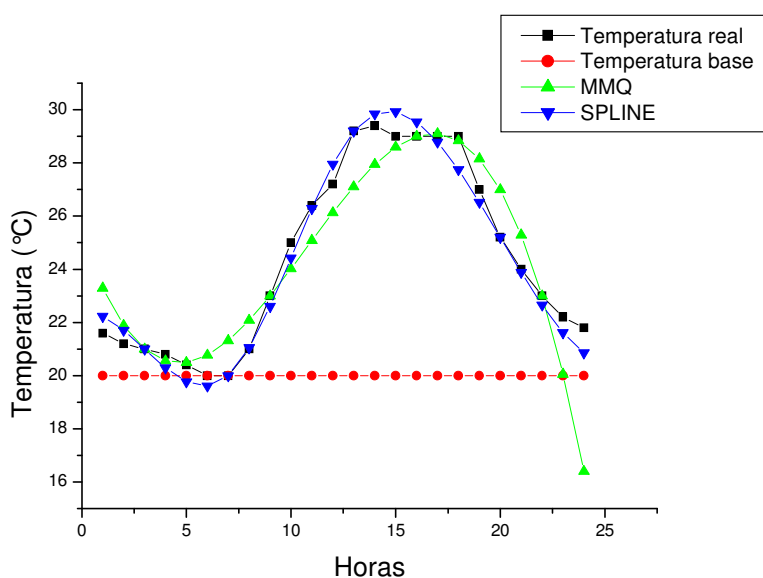


Figura 5 - Comparação dos ajustes com os dados reais, para o dia 26/02/1997.

Da mesma forma foram calculados os valores dos Graus-dia para a cultura da cana-de-açúcar como discutido anteriormente. Os resultados estão apresentados na tabela a seguir:

Tabela 4 - Cálculo dos Graus-dia para o dia 26/02/1997 utilizando os melhores conjuntos para cada método.

Dia	GD Real	GD SPLINE	GD Ometto	GD MMQ
26-02-1997	4,3906	4,2786	4,7	4,3871

Observa-se que com a escolha destes novos pontos, o método MMQ apresenta o melhor resultado para o cálculo de graus-dia, enquanto que o método de “Spline” piorou, com relação ao valor real para este dia. Deve-se lembrar que o modelo proposto baseia-se nos erros médios totais, assim a avaliação para um único dia é pouco informativo, devendo ser analisado um período maior, como será visto a seguir.

Para uma análise mais abrangente, a tabela a seguir apresenta os desvios médios entre os valores das temperaturas estimados pelos modelos e os dados reais para o período de 1997 a 2006.

Tabela 5 - Desvios médios entre os valores das temperaturas estimados pelos modelos matemáticos e os dados reais em °C.

Pontos	Erro Médio <i>SPLINE</i>	Erro Médio MMQ
3 - 9 -16- 22	1,0051	1,3008
2 - 7 - 13 - 22	0,8136	2,3643

O método que apresentou o menor erro médio foi o de *Splines*, apresentando um desvio médio de 0,8136, para o conjunto {2, 7, 13, 20}. Comparando este resultado com o obtido com o conjunto de pontos {1, 6, 15, 24}, onde o erro médio foi de 1,1757 também utilizando *Splines*.

Devido às discussões apresentadas, optou-se pelo cálculo dos graus-dias anuais utilizando os melhores pontos de interpolação conforme apresentado no item 3.3 a seguir.

3.3 Cálculo de Graus-dias para cultura da cana-de-açúcar

O modelo matemático de Graus-dias apresentado por Ometto (1981) foi comparado com a metodologia proposta utilizando os métodos de interpolação: Mínimos Quadrados e *Spline*, conforme discutido no item anterior. Para isto, foram calculados os Graus-dia acumulados para cada ano desde 1997 até 2006, para a cultura da cana de açúcar, em que a temperatura base inferior é de 20°C e a superior de 40°C. Os resultados para cada ano estão apresentados a seguir:

Tabela 6 - Cálculo dos Graus-dias por ano para a cultura da cana-de-açúcar no período de 1997 a 2006.

Ano	GD real	GD Ometto	GD Spline	GD MMQ
1997	769	848	732	786
1998	764	823	727	771
1999	727	795	687	715
2000	775	859	746	766
2001	757	828	730	776
2002	791	859	766	800
2003	643	677	622	660
2004	552	581	535	560
2005	616	664	618	629
2006	499	538	506	508

A tabela a seguir apresenta os erros médios no cálculo dos Graus-dia no período de 1997 a 2006, utilizando o método de Ometto e a metodologia proposta com os melhores pontos de interpolação.

Tabela 7 - Erros médios no cálculo dos Graus-dias no período de 1997 a 2006, utilizando o método de Ometto e a metodologia proposta com os melhores pontos de interpolação.

Pontos	Erro Médio (OMET- TO)	Erro Médio (GD <i>SPLI</i> - <i>NE</i>)	Erro Médio (GD MMQ)
3 - 9 -16- 22	0,3136	0,1906	0,2354
2 - 7 - 13 - 19	0,3136	0,1852	0,2691

O modelo de Ometto é atualmente o método mais utilizado no cálculo de Graus-dia. No entanto, pode ser visto que este apresenta um erro médio considerável quando comparado com a metodologia de cálculo de Graus-dia utilizando os métodos de Mínimos Quadrados e *SPLINES*. A cultura da cana tem um ciclo de duração de aproximadamente um ano e meio. Assim, no decorrer deste período o somatório dos erros cometidos acarreta uma diferença considerável no final do seu ciclo, que por sua vez pode acarretar prejuízos tanto econômicos, quanto técnicos. Desta forma, temos que os métodos de Mínimos Quadrados e *Spline* são melhores ferramentas no cálculo dos Graus-dias do que os métodos frequentemente utilizados.

4 CONCLUSÕES

O trabalho visa determinar equações matemáticas que descrevam as temperaturas diárias, com o objetivo de usá-las nas tomadas de decisões e determinações de estimativas na área agrária. Foi desenvolvida uma aplicação no cálculo de Graus-Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. A aplicação foi feita para a cultura da cana de açúcar. Para uniformizar e melhorar a qualidade dos resultados, foi proposto um modelo de otimização não linear para determinar os quatro melhores pontos a serem interpolados, de forma a diminuir o desvio total entre o modelo matemático e os dados reais. O modelo de otimização foi resolvido utilizando Algoritmo Genético.

Os resultados alcançados foram bastante promissores, visto que os métodos abordados são simples e de fácil implementação. Com a utilização das técnicas de Otimização, os resultados apresentaram grande melhoria na qualidade, pois o desvio total, entre os modelos e os dados reais diminuiu muito. O modelo matemático, proposto para o cálculo dos Graus-dia apresentou um bom desempenho, visto que reduziu em mais de 50% os erros médios cometidos, quando comparado com o método de Ometto, que dentre os utilizados atualmente é o que melhor se aproxima dos valores reais. Esta diferença é muito significativa em culturas que necessitam de um total de Graus-dias elevado ou que apresentam uma temperatura base alta como é o caso da cultura da cana-de-açúcar.

5 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o apoio financeiro do CNPQ (Bolsa), FAPESP (Proc. 2009/14901-4), FUNDUNESP, CAPES (Pró-Equipamentos) e PROPe UNESP e PROPG UNESP, a Professora Dra. Lúcia Raquel de Carvalho UNESP- Botucatu, pelo auxílio na análise estatística dos dados e ao Departamento de Ciências Ambientais Unesp-Botucatu por ceder os dados de temperatura horária.

6 REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F. S.; GONÇALVES, L. Efeitos da temperatura e do alimento no desenvolvimento de *Dysdercus maurus* Distant (Hemiptera, Pyrhocoridae). **Revista Brasileira de Entomologia**, São Paulo, v. 51, n. 4, oct./dec., 2007.

ARNOLD, C. Y. The determination and significance of the base temperature in a linear heat unit system. **Proceedings of the American Society for Horticultural Science**, Alexandria, v. 74, p. 430-445, 1959.

BARBANO, M. T. et al. Temperatura-base e acúmulo térmico no sub-período semeadura-florescimento masculino em cultivares de milho no Estado de São Paulo. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 261-268, 2001.

BIETO, J. A.; TALON, M. **Fisiologia y bioquímica vegetal**. Madrid: McGraw-Hill, 1996. p. 537-553.

BUNGE, M. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 1974. 243 p.

COELHO, D. T.; DALE, R. F. An energy-crop growth variable and temperature function for predicting corn growth and development: planting to silking. **Agronomy Journal**, Madison, v. 72, p. 503-510, 1980.

DUFAULT, R. J. Determining heat unit requirements for broccoli in coastal South Carolina. **Journal of the American Society for Horticultural Science**, Alexandria, v. 122, n. 2, p. 169-174, 1997.

GUISCHEM, J. M. et al. Crescimento e desenvolvimento da cultura do milho (*Zea mays* L.) em semeadura tardia e sua relação com graus-dia e radiação solar global. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 251-260, 2001.

HESKETH, J. D.; WARRINGTON, J. J. Corn growth response to temperature: rate and duration of leaf emergence. **Agronomy Journal**, Madison, v. 81, p. 1225-1232, 1989.

INFELD, J. A.; SILVA, J. B. Somas térmicas da duração da fase vegetativa do arroz irrigado (*Oryza sativa* L.). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETOROLOGIA, 5., 1987, Belém, **Anais...** Belém: SBA, 1987. p. 160-161.

LIMA, E. P. **Graus-dia, temperatura base e coeficientes de cultura para cafeeiros arábica em fase de implantação**. 2006. 116 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola/Irrigação e Drenagem)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2006.

OMETTO, J.C. **Bioclimatologia vegetal**. São Paulo, Agronômica Ceres, 1981. 440 p.

PRELA, A.; RIBEIRO A. M. A. Determinação de graus-dia acumulados e sua aplicação no planejamento do cultivo de feijão-vagem (*Phaseolus vulgaris* L.) para Londrina-PR. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 10, n. 1, p. 83-86, 2002.

SALATI, E.; SANTO, A. A.; NOBRE, C. As mudanças climáticas globais e seus efeitos nos ecossistemas brasileiros. 2002. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/reportagens/clima/clima14.htm>>. Acesso em: 12 abr. 2010.

SNYDER, R. L. Hand calculating degree days. **Agricultural and Forest Meteorology**, Amsterdam, v. 35, n. 1/4, p. 353-358, 1985.

SOUZA, P. R. Alguns aspectos de influência do clima e temperatura sobre a cultura do arroz irrigado no sul do Brasil. **Lavoura Arrozeira**, Porto Alegre, v. 43, n. 389, p. 9-22, 1990.

THOMAS, C.D. et al. Extinction risk from climate change. **Nature**, London, v. 427, p. 145-148, 2004.

TOLLERNAR, M.; DAYNARD, T. B.; HUNTER, R. B. Effect of temperature on rate of leaf appearance and flowering date in maize. **Crop Science**, Madison, v. 19, p. 363-366, 1979.

WARINGTON, I. J.; KANEMASU, E. T. Corn growth response to temperature and photoperiod, 1, seedling emergence, tassel initiation and anthesis. **Agronomy Journal**, Madison, n. 75, p. 154-180, 1983.

WUTKE, E. B. et al. Estimativa de temperatura base e graus-dia para feijoeiro nas diferentes fases fenológicas. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 55-61, 2000.