

UTILIZAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO INTERPOLADOR DE LAGRANGE PARA CORREÇÃO DE BASES DE DADOS DE RADIOMETRIA SOLAR¹

MIGUEL SUAREZ XAVIER PENTEADO², JOÃO FRANCISCO ESCOBEDO³ & ALEXANDRE DAL PAI⁴

RESUMO: O presente trabalho explora a adequação do polinômio interpolador de Lagrange como ferramenta de estimativa para medidas em bases de dados de radiometria solar. A partir do conhecimento da distribuição solar de um dia inteiro, uma parcela do mesmo foi removida para que o interpolador estimasse seus valores. Após geração das estimativas pelo interpolador, a avaliação foi realizada pelos indicadores estatísticos MBE e RMSE. A aplicação do interpolador de Lagrange gerou os seguintes resultados: subestimativa de 0,27% (MBE= -1,83W/m²) e espalhamento de 0,51% (RMSE = 3,48 W/m²).

Palavras-chave: Irradiância, lagrange, interpolação, radiação global.

USE OF LAGRANGE INTERPOLATING NUMERICAL METHOD TO CORRECT SOLAR DATABASES

SUMMARY: *This work explores the suitability of the Lagrange interpolating polynomial as a tool to estimate and correct solar databases. From the knowledge of the irradiance distribution over a day, a portion of it was removed for applying Lagrange interpolation polynomial. After generation of the estimates by interpolation, the assessment was made by MBE and RMSE statistical indicators. The application of Lagrange interpolating generated the following results: underestimation of 0.27% (MBE = -1.83 W/m²) and scattering of 0.51% (RMSE = 3.48 W/m²).*

Keywords: *Irradiance, lagrange, interpolating, global radiation.*

¹ Parte da tese de mestrado do 1º autor intitulada: ATON- Sistema automatizado de aquisição e tratamento de dados para radiometria solar.

² Aluno de Pós-Graduação em Agronomia – Energia na Agricultura, FCA UNESP – Botucatu/SP – Brasil, Departamento de Recursos Naturais, Caixa postal 237, CEP 18603-970, miguel_penteado@fca.unesp.br

³ Orientador e docente do Departamento de Recursos Naturais, FCA/UNESP – Botucatu/SP – Brasil, escobedo@fca.unesp.br

⁴ Docente do departamento de informática da Faculdade de Tecnologia de Botucatu – FATEC- Av.: José Ítalo Bacchi, s/n – Jardim Aeroporto – Botucatu/SP CEP 18606-855, adalpai@fatecbt.edu.br

1 INTRODUÇÃO

O estudo do comportamento dos fenômenos meteorológicos é de fundamental importância para humanidade, assim como se tem constatado recentemente com a acentuada mudança climática global. O levantamento de evidências científicas é necessário para justificar tomadas de decisões, seja na esfera governamental ou cotidiana. Sabe-se que as efemérides meteorológicas envolvem um grande número de variáveis e parâmetros, tornando oneroso o seu processamento por ferramentas matemáticas, tais como a estatística e a análise probabilística. Por consequência, a construção e validação de modelos que representem e antecipem acontecimentos climáticos se torna muito mais lenta, na melhor hipótese.

O uso da computação atenua esta situação, uma vez que todas as operações, envolvendo cálculo diferencial e análises estatísticas são automatizadas, sendo processadas em altíssima velocidade graças ao avanço tecnológico dos dias atuais. Contudo a implementação da grande maioria das equações diferenciais exige o uso de métodos numéricos, domínio de conhecimento fundamental para importar equações diferenciais para programas de computador.

A implementação de tais recursos justifica-se, uma vez que intervalos de medidas ausentes em partições de dados instantâneas impedem a integração da mesma, comprometendo a obtenção de valores energéticos solares integrados na hora e conseqüentemente no dia, provocando erros grosseiros em uma partição energética mensal. Isto pode elevar a dificuldade de criação ou aperfeiçoamento de modelos de estimativa gerados no laboratório. Herrero (1993) destaca a importância de se ter uma série confiável de dados medidos de radiação solar, sendo que, a partir de análises estatísticas destas séries é possível extrapolar e fazer projeções futuras. Vazquez (1993) afirma que, para realizar um correto aproveitamento da energia solar, é necessário dispor de uma base de dados local de radiação, em que a modelagem é uma componente importante a ser validada a partir desta base de dados.

A interpolação polinomial consiste em se estimar um valor de $f(x)$ para qualquer x que esteja no intervalo $(x_0 \dots x_n)$. Portanto, o polinômio interpolador é uma equação que passa por todos os pontos conhecidos. O grau do polinômio interpolador depende da quantidade de pontos utilizada. Para n pontos conhecidos, o polinômio interpolador gerado pode ser de grau $\leq (n - 1)$.

O polinômio interpolador de Lagrange deriva do polinômio de diferença de Newton de grau equivalente, envolvendo somente os pontos x_i e os valores da função correspondente $f(x_i)$. Como aplicações imediatas estão a estimativa de pontos não conhecidos, além da previsão do comportamento de pontos internos ao intervalo. A formulação matemática do problema permite a codificação do polinômio interpolador em rotinas de processamento, conforme o algoritmo proposto por Katti e Kumari (2006). As aplicações do polinômio interpolador são várias, conforme os trabalhos de Wu e Zheou (2010) e Mastroianni e Russo (2010).

O objetivo do trabalho é aplicar o método numérico de interpolação polinomial de Lagrange para estimativa de pontos de leituras ausentes em lacunas de medidas de potencial de irradiância, bem como a técnica de integração para obtenção de medidas de energia em J/m^2 a partir de valores potenciais da base de dados de um laboratório de radiometria solar.

2 MATERIAL E MÉTODOS

A construção do software que levou a implantação dos métodos numéricos foi feita utilizando-se de uma base de dados de radiometria solar. Os dados, inicialmente estocados em formato texto simples são transportados para um Banco de Dados e, em seguida, submetidos a tratamento matemático. Os dados de radiação solar global, direta e difusa foram fornecidos pelo laboratório de Radiometria Solar do Departamento de Recursos Naturais - Setor Ambientais – da Faculdade de Ciências Agrônomicas da UNESP/Botucatu. As coordenadas geográficas do local de medidas são: 22,85° graus de latitude Sul, 48,45° de longitude Oeste e 786m de altitude. O período utilizado para estocagem de dados compreende os anos de 1996 a 2007, num total de 11 anos de medidas arquivadas em formato texto ASCII. Para o presente trabalho foi utilizado o dia 02/07/2005, suprimindo o horário entre 12h e 12 h e 40 min para estimativa pelo polinômio interpolador de Lagrange.

Para a validação dos resultados foram utilizados os seguintes indicativos estatísticos: BEM e RMSE.

$$MBE = \frac{\sum_i^N (y_i - x_i)}{N} \quad (1)$$

$$RMSE = \left[\frac{\sum_i^N (y_i - x_i)^2}{N} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

onde y_i são os valores estimados, x_i os valores medidos e N o número de observações.

O desvio das médias MBE (Mean Bias Error) é um indicativo que fornece informação no desempenho de um modelo a longo prazo. Um valor positivo indica uma superestimação, pelo modelo, da radiação. Para um valor negativo ocorre o inverso. Quanto menor seu valor absoluto, melhor é sua performance. Uma desvantagem que apresenta é no cancelamento de um valor positivo por um negativo. Neste caso, um valor baixo deste indicativo pode apresentar oscilações entre valores altos e baixos para determinados períodos.

A raiz quadrada do desvio quadrático médio RMSE (Root Mean Square Error) fornece informação quanto ao desempenho do modelo à curto prazo. Quanto menor seu valor, menor a dispersão dos dados em torno do modelo. Os valores deste indicativo serão sempre positivos. A desvantagem oferecida por este indicativo é que basta alguns poucos valores discrepantes para que ocorra um aumento significativo no seu valor.

A linguagem escolhida para a transcrição dos métodos numéricos foi C++, com sub-rotinas apropriadas para se estimar pontos ausentes na partição instantânea por meio da implementação polinômio interpolador de Lagrange. Segundo Abramowitz (1972) a forma matemática do método numérico consiste em um somatório de um produtório, como pode ser observado na equação 3 e na equação 4 respectivamente.

$$P(x) = \sum_{j=1}^n P_j(x) \quad (3)$$

onde $P_j(x)$ é definido na equação 4.

$$P_j(x) = y_j \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq j}}^n \frac{x - x_k}{x_j - x_k} \quad (4)$$

onde n é número total de pontos na abscissa; X_k é a abscissa de um dos pontos conhecidos usados no corpo do produtório a cada passo da multiplicação; X_j é a abscissa de um dos pontos conhecidos usados no corpo do somatório e do produtório. A equação 1 irá estimar pontos em um gráfico cartesiano de duas dimensões, onde o eixo das ordenadas contém o valor numérico do potencial de irradiância, e o eixo das abscissas contém o valor do tempo, em minutos, do intervalo de tempo onde as medidas foram tomadas. A forma explícita da equação pode ser observada na figura 1.

$$Y(x) = P(x) =$$

$$\frac{(x - x_2)(x - x_3) \cdots (x - x_n)}{(x_1 - x_2)(x_1 - x_3) \cdots (x_1 - x_n)} y_1 + \frac{(x - x_1)(x - x_3) \cdots (x - x_n)}{(x_2 - x_1)(x_2 - x_3) \cdots (x_2 - x_n)} y_2 + \cdots + \frac{(x - x_1)(x - x_2) \cdots (x - x_{n-1})}{(x_n - x_1)(x_n - x_2) \cdots (x_n - x_{n-1})} y_n.$$

Figura 1 – Forma explícita do polinômio interpolador de Lagrange

Em computação, somatórios e produtórios podem ser convertidos em laços, também conhecidas como estruturas de repetição. O código foi transformado em programa executável para ambiente Windows utilizando a ferramenta apropriada Visual C++ 2008 da Microsoft.

O intervalo utilizado para a formulação do polinômio de Lagrange compreendeu o horário entre 11h e 30min às 13h e 30min, num total de 2 horas ou 24 pontos. Dentro deste intervalo foram escolhidos 4 pontos para estimar os valores ausentes por meio de um polinômio interpolador de grau até 3. O horário entre 12:05 e 12:45 foi suprimido para estimativa dos valores ausentes, representando 40 minutos de ausência de medidas de irradiância solar global.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para determinação do polinômio interpolador de Lagrange foi escolhido um dia com condições de céu aberto, permitindo-se assim o comportamento mais previsível da curva de irradiância solar global. Para coberturas de céu nublada e parcialmente nublada a variação da irradiância solar apresenta maior complexidade, exigindo a seleção de um número maior de pontos, conseqüentemente elevando o grau do polinômio interpolador utilizado, aumentando assim a probabilidade de erros nas estimativas. A Figura 2 mostra a curva de irradiância solar global para uma cobertura de céu aberto do dia 02/05/2007, onde se observa um ponto de máximo ($682,68 \text{ W/m}^2$) no centro da curva, por volta das 12h, e valores mínimos nos horários de nascer e por-do-sol. Como a tendência da curva é uma parábola, o ajuste do polinômio interpolador de Lagrange adotado foi uma equação do 2º grau.

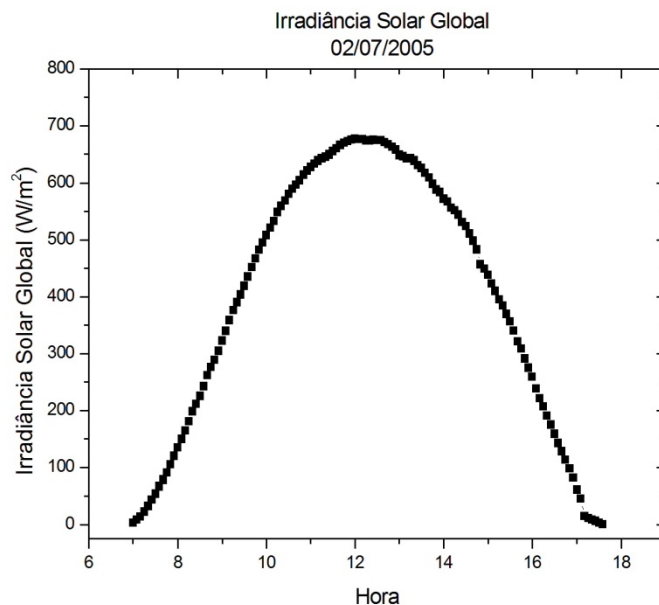


Figura 2 - Irradiância solar global para um dia de céu aberto (02/05/2007)

Para construção do polinômio interpolador de Lagrange, adotou-se apenas quatro pontos dentro do intervalo horário de 11h e 30min e 13h e 30min no sentido de se evitar o fenômeno de Runge. O fenôme-

no de Runge é um problema que ocorre quando se usa interpolação polinomial de ordem elevada, causando oscilação junto às extremidades do intervalo, ou seja, perto de -1 e 1 e, conseqüentemente fazendo com que o erro da interpolação tenda para infinito quando o grau do polinômio aumenta. Portanto, a escolha do polinômio deve obedecer à condição grau ≤ 3 . Os valores de irradiância solar global medidos entre os horários de 12h e 5min e 12h e 45min foram suprimidos para aplicação das estimativas pelo polinômio interpolador de Lagrange. A Figura 3 mostra o intervalo horário entre 11h e 30min e 13h e 30min para a irradiância solar global, destacando-se os valores suprimidos para aplicação das estimativas. Já a Tabela 1 mostra a seleção dos quatro pontos para construção do polinômio interpolador de Lagrange.

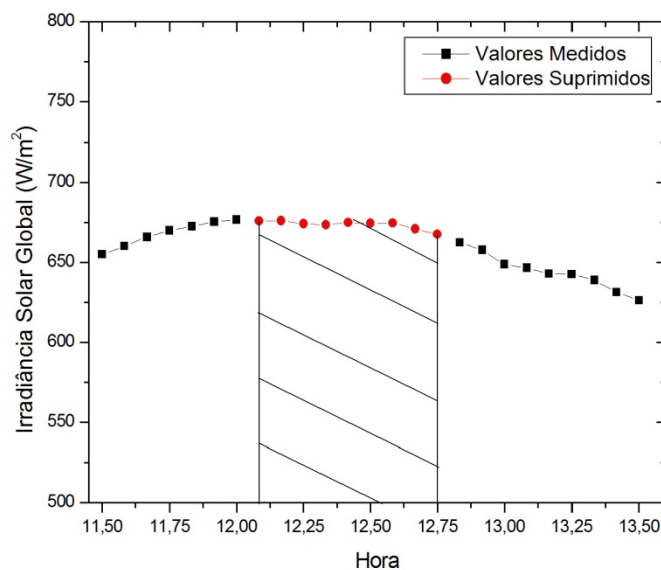


Figura 3 - Irradiância solar global entre os horários de 11h e 30min a 13h e 30min. Em destaque os valores suprimidos.

Tabela 1 – Pontos escolhidos para gerar o polinômio interpolador de Lagrange para estimar a irradiância solar global do período de 12h e 5min a 12h e 45min do dia 02 de julho de 2005.

Hora	Irradiância Solar Global (W/m ²)
11:30:00	656,37
11:55:00	679,86
12:50:00	661,87
13:30:00	621,74

Uma vez determinados os valores estimados da irradiância solar global pelo polinômio interpolador de Lagrange, os mesmos foram comparados com os valores medidos experimentalmente. A Figura 4 e

a Tabela 2 apresentam os valores medidos da irradiância solar global e os valores estimados pelo polinômio interpolador de Lagrange.

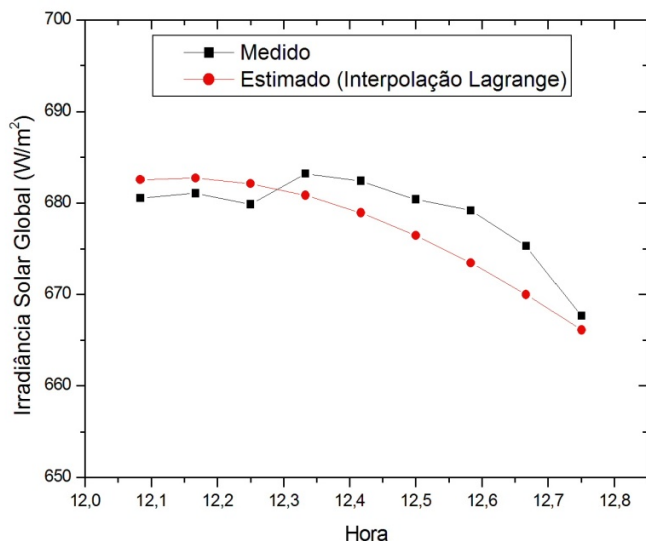


Figura 4 - Comparação entre os valores medidos da irradiância solar global e os estimados pelo polinômio interpolador de Lagrange.

Tabela 2 – Comparação entre os valores medidos da irradiância solar global e os valores estimados pelo polinômio interpolador de Lagrange do período de 12h e 05min às 12h e 45min do dia 02 de julho de 2005.

Hora	Irradiância Solar Global (W/m ²)	
	Valor Medido	Valor Estimado
12:05	680,53	682,57
12:10	681,07	682,71
12:15	679,86	682,12
12:20	683,22	680,84
12:25	682,41	678,93
12:30	680,40	676,45
12:35	679,19	673,45
12:40	675,30	669,98
12:45	667,65	666,11

Pela Figura 4 observa-se a aderência do polinômio interpolador de Lagrange com os valores medidos. Em relação aos indicadores estatísticos, para MBE foi constatada uma subestimativa de $-1,83 \text{ W/m}^2$, ou seja, a aplicação do polinômio interpolador de Lagrange produziu, na média, valores estimados em

0,27% inferiores comparados aos valores medidos. Na Figura 4 observa-se que nos três primeiros pontos, o polinômio produziu valores mais elevados em comparação com as medidas. No entanto, nos restantes seis pontos, o polinômio produziu valores inferiores, o que contribui para a subestimativa verificada na média. Em relação ao indicativo RMSE, constatou-se um desvio de $3,48 \text{ W/m}^2$ das estimativas em torno das medidas, o que representou 0,51% de espalhamento. Os valores dos indicadores estatísticos MBE e RMSE foram considerados baixos, comprovando a eficiência do método de interpolação de Lagrange na estimativa dos valores da irradiância solar global para cobertura de céu aberto. No entanto, a aplicação do polinômio interpolador de Lagrange não prevê ruídos e oscilações no comportamento das radiações solares, muitas vezes influenciados pela dinâmica atmosférica. De acordo com Suehrcke e McCormick (1998), os processos atmosféricos são dinâmicos, principalmente devido à entrada e saída de nuvens visto pelo sensor de medida, causando assim a variação nos valores medidos. Esse fenômeno é fortemente dependente da partição de tempo, com maior variabilidade em partições de tempo menores. Sugere-se, portanto, o estudo do uso do método de interpolação numérica de Lagrange para outras coberturas de céu para estimativa dos valores da irradiância solar global.

4 CONCLUSÕES

O polinômio interpolador de Lagrange de grau 2 foi adequado para estimativa da irradiância solar global em pequenos intervalos de tempo e em coberturas de céu aberto. Amostras maiores de pontos elevam o grau do polinômio, aumentando as possibilidades de erros. Como o modelo foi desenvolvido para uma condição de céu aberto, recomenda-se estudos sobre estimativas para diferentes coberturas de céu, onde a complexidade da dinâmica atmosférica é maior.

5 AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Dr. João Francisco Escobedo e ao professor Dr. Alexandre Dal Pai pela oportunidade de aperfeiçoamento. Muito obrigado.

6 REFERÊNCIAS

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A. (Eds.). *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. 9th print. New York: Dover, 1972. 1046 p.

HERRERO, M. A. Simulación y análisis de irradiación solar diaria en España. In: CONGRESSO IBÉRICO DE ENERGIA SOLAR, 6., 1993, Lisboa, Pt. *Anais ...* Lisboa: Associação Ibérica de Energia Solar, 1993. p. 343-348.

WU, X. e ZHEOU, L. Applying p-Step Lagrange interpolation as temporal basis functions to TDFEM for 3-D EM radiation problems. *Tsinghua Science and Technology*, v 15, n3, p 307-311, 2010.

KATTI, C. P., KUMARI, R. A new parallel algorithm for Lagrange interpolation on a hypercube. *Computer and Mathematics with Applications*, n 51, p 1057-1064, 2006.

MASTROIANNI, G., RUSSO, M. G. Some new results on Lagrange interpolation for bounded variations functions. *Journal of Approximation Theory*, n 162, p 1417-1428, 2010.

SUEHRCKE, H., McCORMICK, P. G. The frequency distribution of instantaneous insolation values. *Solar Energy*, v.40, n.5, p.413-22, 1988.

VAZQUEZ, M. Estudio de la relación entre la radiación solar diaria y ciertas variables climatológicas, para Madrid. In: CONGRESSO IBÉRICO DE ENERGIA SOLAR, 6., 1993. Lisboa, Pt. *Anais ...* Lisboa: Associação Ibérica de Energia Solar, 1993. p. 349-353.