

## **EQUAÇÃO EXPLÍCITA PARA CÁLCULO DO FATOR DE ATRITO DE DARCY-WEISBACH EM PROJETOS DE IRRIGAÇÃO PRESSURIZADA<sup>1</sup>**

**JOSÉ SEBASTIÃO COSTA DE SOUSA<sup>2</sup> E JOSÉ DANTAS NETO<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Parte da Tese do primeiro autor

<sup>2</sup>D.Sc. Eng<sup>o</sup> Agrícola, Prof. do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão Pernambucano, Campus Petrolina Zona Rural, Petrolina-PE, Fone: (0XX87) 2101-8050, sebastião.costa@ifsertao-pe.edu.br

<sup>3</sup>D.Sc. Agronomia, Prof. da Universidade Federal de Campina Grande, Campus de Campina Grande, Campina Grande-PB, Fone: (0XX83) 2101-1318, zedantas1955@gmail.com

### **1 RESUMO**

A maior dificuldade de cálculo na determinação da perda de carga com a equação de Darcy-Weisbach está na aferição do fator de atrito  $f$ . Nos projetos de irrigação pressurizada, geralmente são utilizadas equações implícitas para o cálculo desse fator. Devido a isso, inúmeros estudos têm sido realizados no intuito de desenvolver equações que explicitem o  $f$ , porém, os modelos gerados são limitados a casos específicos e alguns têm exatidão contestável. Desta forma, este trabalho objetivou apresentar uma expressão matemática para a determinação do fator  $f$  adaptada da equação de Blasius, com aplicabilidade a projetos de irrigação pressurizada e com a diferença de substituir as constantes desta por variáveis em função do diâmetro interno da tubulação. Para tanto, simulou-se, em planilhas do MS-Excel<sup>®</sup>, diversas situações de fluxo (velocidade de 0,4 a 4,0 m s<sup>-1</sup>) em condutos de polietileno com diâmetros nominais (DN) de 13 a 40 mm, e PVC com DN de 35 a 200 mm. Foram gerados valores de  $f$  (determinados por diversas equações), e a partir desses obteve-se o modelo pretendido. Das comparações feitas entre o modelo obtido e os existentes constatou-se que o modelo proposto é de simples utilização e apresenta elevada exatidão para os casos estudados.

**Palavras-chave:** equação universal de perda de carga, equação de Blasius, fator  $f$ .

**SOUSA, J. S. C. de; DANTAS NETO, J.  
EXPLICIT EQUATION FOR CALCULATING THE DARCY-WEISBACH  
FRICTION FACTOR IN PROJECTS OF PRESSURIZED IRRIGATION**

### **2 ABSTRACT**

The major calculation difficulty in determining pressure head loss using the Darcy-Weisbach equation is the measurement of the friction factor  $f$ . In projects of pressurized irrigation, implicit equations have been usually used for calculating this factor. On account of this fact, several studies have been conducted in order to develop equations to explicit  $f$  factor. However, the models created are limited to specific cases and some are of questionable accuracy. Thus, the objective of this study was to present a mathematical expression for determining the  $f$  factor adapted from the Blasius equation with adequacy for pressurized irrigation projects. In addition, the constants of this equation were replaced with variables according to the internal diameter of the pipes. To this end, using MS-Excel<sup>®</sup> worksheet,

several flow situations were simulated (speed from 0.4 to 4.0 ms<sup>-1</sup>) in polyethylene pipes with nominal diameters (ND) from 13 to 40 mm, and PVC pipes with ND from 35 to 200 mm. Values of  $f$  were obtained (determined by several equations) and based on them, the intended model was found. Comparisons performed between the proposed and the existing models revealed that the proposed model is of simple use and shows high accuracy for the study cases.

**Keywords:** Darcy-Weisbach equation for head loss, Blasius equation,  $f$  factor.

### 3 INTRODUÇÃO

Projetar sistemas de irrigação pressurizada implica em quantificar a necessidade de vazão e pressão em pontos estratégicos do sistema, pontos esses que convencionalmente constituem os inícios das tubulações.

A quantificação da pressão por sua vez é feita em decorrência da perda de carga, e sua maior ou menor magnitude vai depender além da vazão do diâmetro, do material do tubo. Cardoso et al. (2008) comentam que o custo operacional de um sistema de irrigação é afetado inversamente pelo diâmetro dos tubos, e que aumentando-se o diâmetro, para uma dada vazão, a perda de carga por unidade de comprimento diminui, reduzindo a energia de bombeamento necessária, tornando assim, a precisão na aferição desse parâmetro importante fator na qualidade do projeto de irrigação.

Para o cálculo da perda de carga unitária autores como Allen (1996), Gomes (1999) e Alazba & Elnesr (2011), recomendam as equações de Darcy-Weisbach, Hazen-Williams e Scobey. Contudo, Rettore Neto (2008) afirma que as equações de Hazen-Williams e Scobey são adotadas comumente, simplesmente pela facilidade de cálculo, e para Kamand (1988) uma importante limitação dessas equações (Hazen-Williams e Scobey) é que um fator de rugosidade (de atrito) constante é assumido para todos os diâmetros e velocidades de escoamento. Em decorrência dessa suposição a perda de carga calculada por tais equações pode diferir significativamente daquela calculada pela equação de Darcy-Weisbach, na qual o fator de atrito varia com as condições de escoamento (BOMBARDELLI & GARCÍA, 2003).

Muitas equações para predizer o fator de atrito da equação de Darcy-Weisbach têm sido apresentadas nos últimos 80 anos. As primeiras equações requeriam técnicas de soluções implícitas. As equações introduzidas a partir de 1960 já apresentavam técnicas de soluções explícitas (ALLEN 1996 e MELLO et al. 1999). Para Allen (1996) e Azevedo Netto et al. (1998) as principais equações utilizadas para a determinação do fator  $f$  de Darcy-Weisbach são: equação de Hagen-Poiseuille, para o escoamento em regime de fluxo laminar; equação de Blasius para regime de fluxo turbulento; equação de von Kármán, para escoamento turbulento liso; equação de Colebrook-White, para escoamento turbulento transitório; e a equação de Nikuradse, para o escoamento turbulento rugoso. Para o escoamento transitório Porto (2006) indica a equação de Swamee, que segundo o autor pode ser utilizada, com considerável aproximação dos resultados, para qualquer tipo de fluxo.

A equação de Blasius é do tipo potencial com o  $f$  explícito e em função apenas do número de Reynolds e de duas constantes adimensionais. Para as constantes de Blasius, no entanto, autores como Bagarello et al. (1995) e Cardoso et al. (2008), apresentaram valores diferentes daqueles indicados no trabalho de Porto (2006) para estudos feitos em tubos de polietileno de pequeno diâmetro (menores que 25 mm).

O fato é que as equações desenvolvidas para o cálculo do fator  $f$  de Darcy-Weisbach de forma explícita, sempre estão atreladas a inúmeras limitações e/ou expressões longas, o que sempre gera a necessidade de aprimoramentos para simplificação de cálculos e ampliação das faixas de utilização.

Diante do exposto, objetivou-se com esse trabalho apresentar uma equação explícita para o fator  $f$  de Darcy-Weisbach, adaptada do modelo de Blasius, para as situações mais comuns em projetos de irrigação pressurizada (especificamente para os sistemas de irrigação por aspersão convencional, gotejamento e microaspersão), que envolva como variáveis apenas o número de Reynolds e o diâmetro interno da tubulação.

## 4 MATERIAL E MÉTODOS

### 4.1 Equações para cálculo do fator $f$

Para a realização desse trabalho, utilizaram-se as equações para cálculo do fator  $f$  de Darcy-Weisbach, descritas em Allen (1996), Azevedo Netto et al. (1998) e Porto (2006) a saber:

- Escoamento em regime de fluxo laminar (Eq. 1, Hagen-Poiseuille).

$$f = \frac{64}{\text{Re } y} \quad (1)$$

em que:  $f$  é o fator de Darcy-Weisbach (adimensional),  $\text{Re } y$  é o número de Reynolds (Eq. 2) (adimensional).

$$\text{Re } y = \frac{V \cdot D_i}{\nu} \quad (2)$$

em que:  $V$  é a velocidade de fluxo na tubulação ( $\text{m s}^{-1}$ ),  $\nu$  é a viscosidade cinemática da água ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ),  $D_i$  é o diâmetro interno da tubulação (m).

- Escoamento em regime de fluxo transitório (Eq. 3, Swamee).

$$f = \left\{ \left( \frac{64}{\text{Re } y} \right)^8 + 9,5 \cdot \left[ \ln \left( \frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D_i} + \frac{5,74}{\text{Re } y^{0,9}} \right) - \left( \frac{2500}{\text{Re } y} \right)^6 \right]^{-16} \right\}^{0,125} \quad (3)$$

em que:  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta do tubo (m).

- Escoamento em regime de fluxo turbulento liso (Eq. 4, von Kármán).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \cdot \log(\text{Re } y \cdot \sqrt{f}) - 0,8 \quad (4)$$

- Escoamento em regime de fluxo turbulento transitório (Eq. 5, Colebrook-White).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log \left( \frac{\varepsilon}{3,71 \cdot Di} + \frac{2,51}{Re y \cdot \sqrt{f}} \right) \quad (5)$$

- Escoamento em regime de fluxo turbulento rugoso (Eq. 6, Equação de Nikuradse).

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1,74 - 2 \log \left( \frac{2 \cdot \varepsilon}{Di} \right) \quad (6)$$

Para a definição do regime de fluxo fez-se uso dos critérios da Tabela 1.

**Tabela 1.** Critérios apontados por Porto (2006) para classificação dos regimes de fluxo.

Critérios	Regime de fluxo do escoamento
$Re y < 2.000$	Laminar
$2.000 \leq Re y \leq 4.000$	Transitório
$Re y > 4.000$ e $\left[ Re y \cdot \sqrt{f} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{Di} \right) \right] < 14,14$	Turbulento liso
$Re y > 4.000$ e $14,14 \leq \left[ Re y \cdot \sqrt{f} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{Di} \right) \right] \leq 198$	Turbulento transitório
$\left[ Re y \cdot \sqrt{f} \cdot \left( \frac{\varepsilon}{Di} \right) \right] > 198$	Turbulento rugoso

**Em que:**  $Re y$  é o número de Reynolds (adimensional),  $f$  é o fator de atrito de Darcy-Weisbach (adimensional),  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta do tubo (m),  $Di$  é o diâmetro interno da tubulação (m).

A equação de Blasius, que segundo Von Bernuth (1990) é válida para faixa de número de Reynolds de 4.000 a 100.000, tem a expressão matemática da Equação 7.

$$f = C \cdot Re y^{-m} \quad (7)$$

em que:  $C$  e  $m$  são constantes adimensionais.

## 4.2 Simulações

Consultado dos trabalhos de Vermeiren & Jobling (1997) e Gomes (1999), adotou-se como ambiente de controle, para as simulações, as seguintes situações:

- Velocidade de escoamento de 0,4; 0,6; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 3,5 e 4,0 m s<sup>-1</sup>;
- Diâmetros nominais das tubulações de polietileno de 13, 16, 20, 26, 32 e 40 mm;
- Diâmetros nominais das tubulações de PVC de 35, 50, 75, 100, 125, 150 e 200 mm;
- Rugosidade absoluta de 0,002 mm para tubulação de Polietileno e 0,020 mm para PVC.

Os diâmetros internos das tubulações foram obtidos a partir das normas técnicas vigentes para as diferentes classes de pressão existente no mercado (ABNT, 2013).

As velocidades de 0,4 e 4,0 m s<sup>-1</sup> foram consideradas para abranger com folgas as situações corriqueiras observadas nos projetos de irrigação para os sistemas abordados nesse trabalho. Observações essas comentadas por Gomes (1999), e as rugosidades absolutas, foram obtidas nos trabalhos de Gomes (1999) e Porto (2006).

### 4.3 O modelo matemático e a sua validação

A partir de simulações para situações representativas de projetos de irrigação para sistemas por aspersão convencional, gotejamento e microaspersão, desenvolveu-se o modelo matemático (equação) objeto desse trabalho.

A validação do modelo foi feita a partir de comparações com as equações citadas no Item 4.1. Os cálculos foram executados em planilhas eletrônicas do MS-Excel®, e para a resolução das equações implícitas, utilizou-se do método numérico de Newton-Raphson.

O modelo matemático pretendido foi obtido a partir da plotagem, em gráficos do Excel, dos valores de  $f$  resultantes de cada interação dos dados simulados. E visando à obtenção de uma expressão adaptada da equação de Blasius, adotou-se o modelo potencial.

Validou-se o modelo comparando-se a exatidão dos resultados gerados por ele com a das Equações 1 a 6. Os resultados também foram comparados com as equações desenvolvidas por Mello et al. (1999) e com a equação de Blasius, utilizando-se as constantes apontadas na Tabela 2.

**Tabela 2.** Constantes de Blasius ( $C$  e  $m$ ) apresentadas por diferentes autores.

<b>Autores:</b>	<b>C</b>	<b>m</b>	<b>Material do Tubo</b>
Bernuth & Wilson (1989)	0,345	0,25	PVC
Cardoso et al. (1999)	0,300	0,25	Polietileno
Blasius (Azevedo Netto et al., 1998 e Porto, 2006)	0,316	0,25	Todos

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em todas as simulações o escoamento sempre se enquadrava no regime de fluxo turbulento liso, como pode ser visualizado na Tabela 3 (resumo dos resultados para os pontos extremos de diâmetro). Desta forma os valores de  $f$  (fator de atrito de Darcy-Weisbach) gerados pela equação de von Kármán foram adotados como os valores reais nas comparações de precisão e exatidão das equações alternativas (conforme realizado por Mello et al., 1999).

Para cada simulação, os dados de  $f$  foram traçados em gráficos do tipo dispersão, com  $f$  em função do diâmetro interno da tubulação, adicionando-se uma linha de tendência de regressão potencial exibindo-se a equação e o coeficiente de determinação ( $R^2$ ), conforme ilustração na Figura 1 (exemplo de uma das simulações apresentadas na Tabela 3).

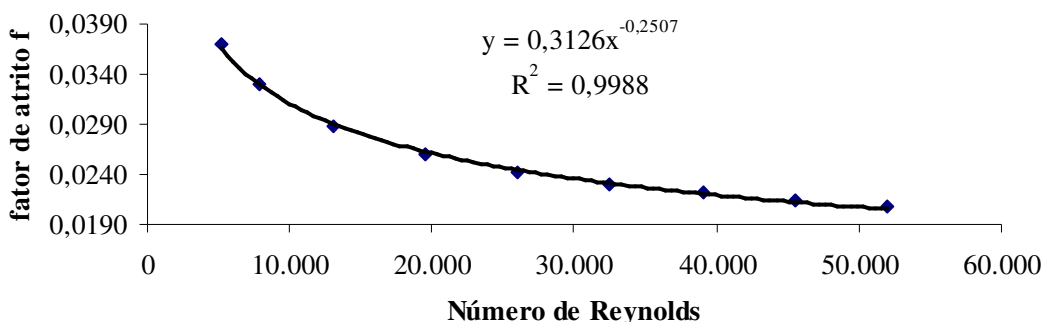
**Tabela 3.** Classificação do regime de fluxo para as duas classes extremas de diâmetro adotadas nas simulações.

DN = 13,00 mm; $\varepsilon = 0,002$ mm (Tubulação de polietileno)									
V	0,4	0,6	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
f	0,0370	0,0330	0,0288	0,0260	0,0243	0,0231	0,0221	0,0213	0,0207
Rey	5,3E3	7,8E3	1,3E4	2,0E4	2,6E4	3,3E4	3,9E4	4,6E4	5,2E4
Teste	0,15	0,22	0,34	0,48	0,62	0,76	0,89	1,02	1,15
Teste	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.

DN = 200,00 mm; $\varepsilon = 0,020$ mm (Tubulação de PVC)									
V	0,4	0,6	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
f	0,0189	0,0173	0,0156	0,0145	0,0137	0,0132	0,0127	0,0124	0,0121
Rey	8,0E4	1,2E5	2,0E5	3,0E5	4,0E5	5,0E5	6,0E5	7,0E5	8,0E5
Teste	1,10	1,58	2,50	3,61	4,68	5,74	6,77	7,79	8,80
Teste	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.	Tur. L.

**Em que:** DN é o diâmetro nominal,  $\varepsilon$  é a rugosidade absoluta do tubo (m), V é a velocidade de escoamento ( $\text{m s}^{-1}$ ), f é o fator de atrito de Darcy-Weisbach (adimensional), Rey é o número de Reynolds (adimensional), Teste é o teste que define o regime de fluxo do escoamento (a partir dos critérios abordados na Tabela 1), Tur. L é o regime de fluxo turbulento liso, E é uma conotação que significa 10 elevado ao algarismo subsequente.

**Figura 1.** Curva gerada para simulação de escoamento em tubulação de polietileno com diâmetro nominal de 13 mm e fluxo com velocidade de 0,4 a 4,0  $\text{m s}^{-1}$ .

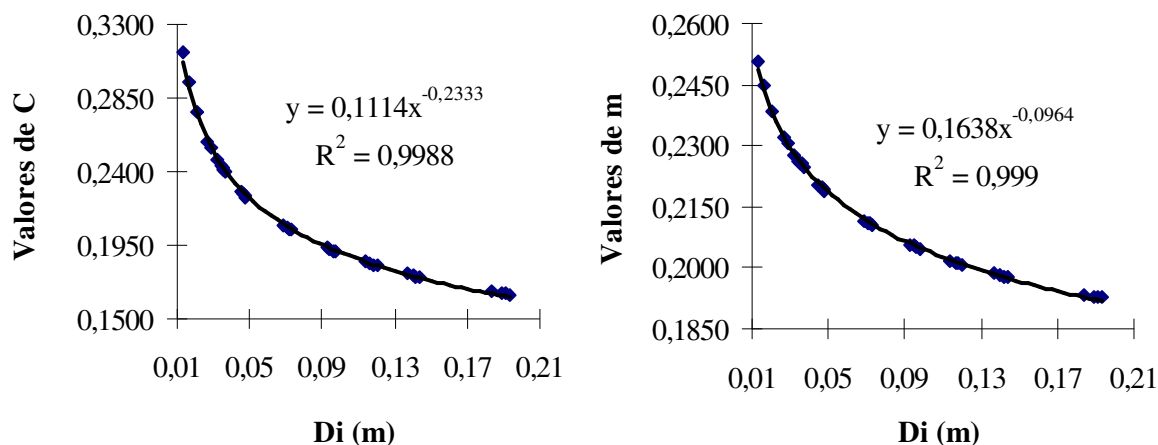
A Tabela 4 foi montada com os dados resultantes das equações apresentadas em cada simulação (conforme a Figura 1), associando-os à equação de Blasius (Eq. 7).

**Tabela 4.** Valores das constantes da equação de Blasius para tubos de polietileno e PVC em escoamento com velocidades entre 0,4 a 4,0 m s<sup>-1</sup> para diferentes classes de diâmetro e pressão das tubulações.

DN (mm)	PN (mca)	Di (m)	C	m	R <sup>2</sup>
13	20 a 40	0,0130	0,3126	0,2507	0,9988
16	20 a 40	0,0161	0,2953	0,2450	0,9989
20	20 a 40	0,0206	0,2770	0,2386	0,9989
26	40	0,0270	0,2587	0,2320	0,9990
32	40	0,0288	0,2545	0,2305	0,9990
40	40	0,0368	0,2396	0,2248	0,9990
35	125	0,0325	0,2470	0,2276	0,9990
35	80	0,0343	0,2437	0,2264	0,9990
35	60	0,0353	0,2420	0,2257	0,9990
35	40	0,0357	0,2414	0,2255	0,9990
50	125	0,0449	0,2284	0,2204	0,9991
50	80	0,0467	0,2263	0,2196	0,9991
50	60	0,0477	0,2251	0,2191	0,9991
50	40	0,0481	0,2247	0,2189	0,9991
75	125	0,0687	0,2068	0,2116	0,9991
75	80	0,0705	0,2056	0,2110	0,9991
75	60	0,0715	0,2049	0,2108	0,9991
75	40	0,0725	0,2042	0,2105	0,9991
100	125	0,0924	0,1934	0,2058	0,9992
100	80	0,0944	0,1925	0,2054	0,9992
100	60	0,0960	0,1917	0,2050	0,9992
100	40	0,0976	0,1910	0,2047	0,9992
125	125	0,1138	0,1847	0,2019	0,9992
125	80	0,1166	0,1837	0,2014	0,9992
125	60	0,1182	0,1831	0,2012	0,9992
125	40	0,1200	0,1825	0,2009	0,9992
150	125	0,1368	0,1774	0,1985	0,9992
150	80	0,1400	0,1766	0,1981	0,9992
150	60	0,1420	0,1760	0,1979	0,9992
150	40	0,1440	0,1755	0,1976	0,9992
200	125	0,1840	0,1666	0,1934	0,9993
200	80	0,1892	0,1656	0,1929	0,9993
200	60	0,1912	0,1653	0,1927	0,9993
200	40	0,1930	0,1649	0,1926	0,9993

**Em que:** PN é a pressão nominal, DN é o diâmetro nominal, Di é o diâmetro interno, C e m são as constantes da equação de Blasius, R<sup>2</sup> é o coeficiente de determinação. Obs.: Os dados são para viscosidade cinemática da água de 1,00 x 10<sup>-6</sup> m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>.

Uma nova investigação foi realizada, desta vez com os dados das constantes da Tabela 4, para a obtenção das curvas apresentadas na Figura 2. Com esta obteve-se a Eq. 8, que é o modelo matemático adaptado da equação de Blasius, objeto desse trabalho.



**Figura 2.** Constantes de Blasius para escoamento em tubulações de polietileno e PVC para fluxo com velocidade de 0,4 a 4,0 m s<sup>-1</sup> em função do diâmetro interno das tubulações.

$$f = 0,1114 \cdot Di^{-0,2333} \cdot Re y^{-\left(0,1638 \cdot Di^{-0,0964}\right)} \quad (8)$$

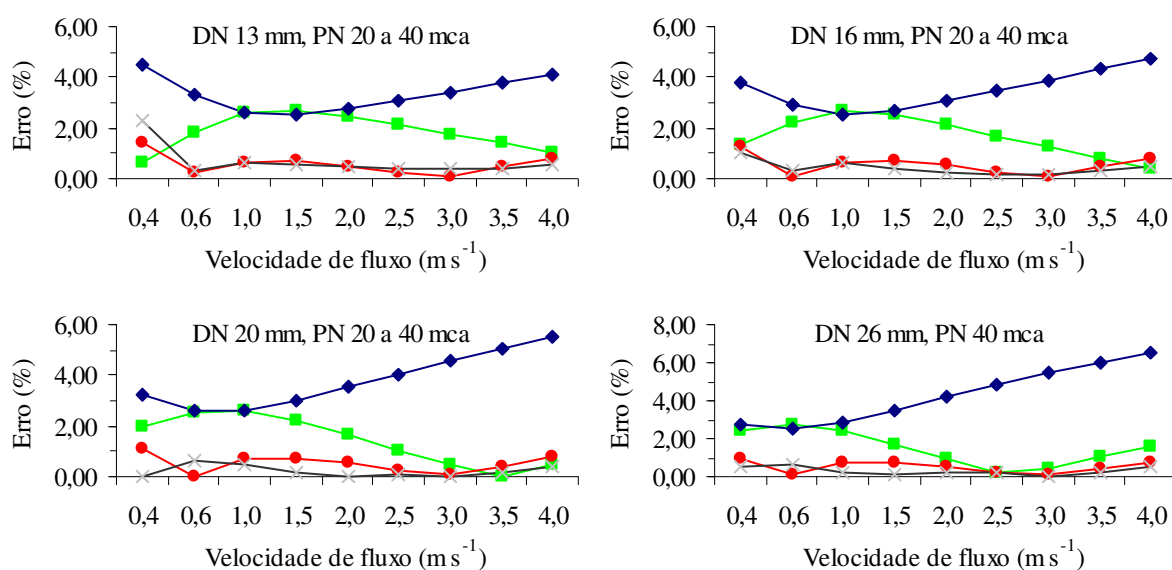
em que:  $f$  é o fator de atrito de Darcy-Weisbach (adimensional),  $Di$  é o diâmetro interno da tubulação (m),  $Re y$  é o número de Reynolds (adimensional).

Como se percebe, o modelo desenvolvido (Eq. 8) torna as constantes de Blasius variáveis em função do diâmetro interno. Essa adaptação faz com que os resultados gerados por essa expressão sejam mais exatos do que aqueles gerados com a maioria dos modelos indicados por outros pesquisadores, como se pode observar nas Figuras 3 e 4.

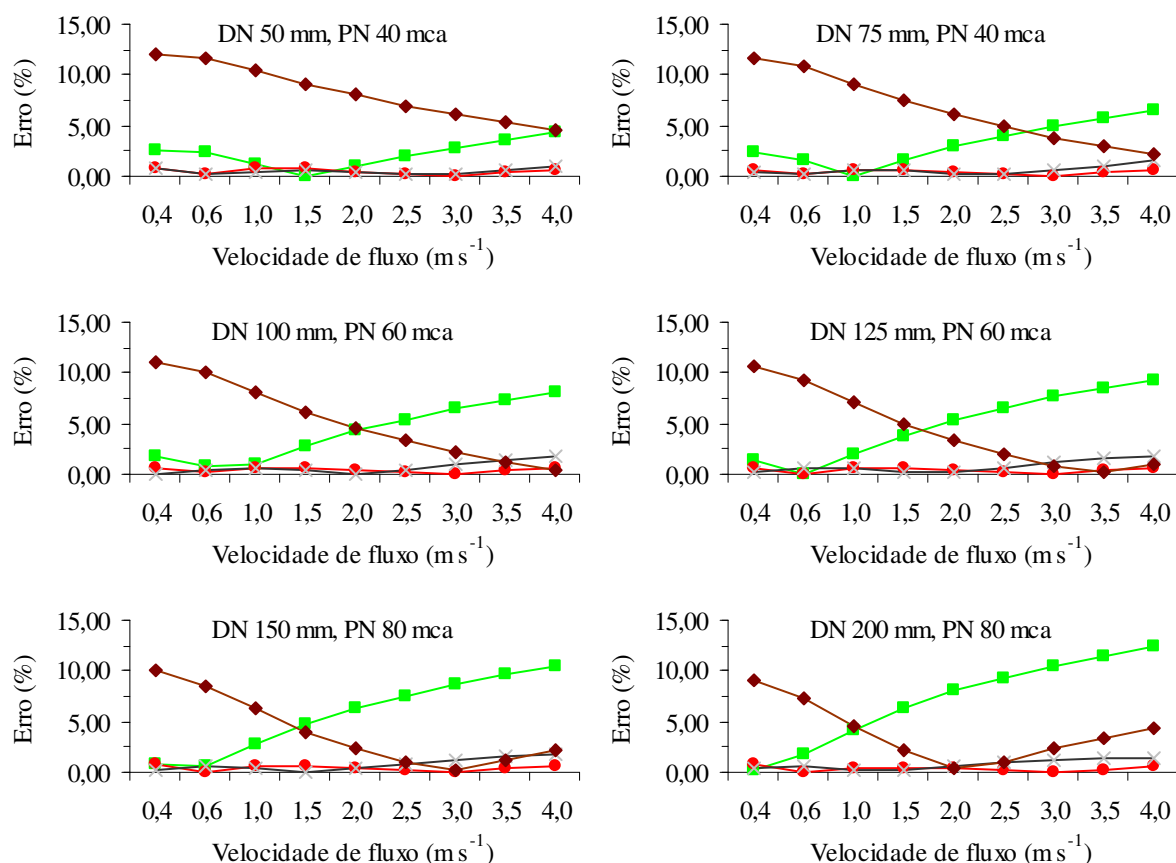
As constantes propostas por Cardoso et al. (1999) propiciaram os maiores erros percentuais para as tubulações de polietileno (Figura 3), com tendência de crescimento oposta à de Blasius (Eq. 7). O modelo proposto neste trabalho (Eq. 8) sempre gerou erros menores que a unidade para velocidades de fluxo maiores que 0,4 m s<sup>-1</sup>. Observa-se, ainda na Figura 3, que o modelo da Eq. 8 e o apresentado por Mello et al. (1999) equiparam-se em termos de exatidão. Com exceção de Cardoso et al. (1999), os demais modelos (equações e constantes) tendem a resultados mais exatos à medida que se aumenta a velocidade do fluxo. Isso implica que como todos os autores só propuseram diferenças na constante  $C$ , a influência do número de Reynolds observada pelos mesmos se aproxima daquelas geradas no primeiro termo da equação de von Kármán.

Para os tubos de PVC (Figura 4) observa-se novamente a equiparação entre os modelos de Mello et al. (1999) e o proposto nesse trabalho (Eq. 8). As constantes de Blasius e Bernuth & Wilson (1989) acarretaram em resultados com tendências opostas. Os menores erros para Bernuth & Wilson (1989) ocorreram nos maiores diâmetros e em velocidades superiores a 2,0 m s<sup>-1</sup>, portanto, esse modelo é mais indicado para as tubulações adutoras de sistemas de irrigação, pois nas tubulações que compõe as subunidades, convencionalmente admite-se variação máxima de pressão igual a 20% (Gomes, 1999), que praticamente seria alcançada pela imprecisão na determinação do fator  $f$ . O mesmo se aplica à equação de Blasius, exceto para os menores diâmetros (< 100 mm) e menores velocidades de fluxo (< 1,0 m s<sup>-1</sup>). Essas limitações ao uso da equação de Blasius com  $C = 0,316$  e  $m = 0,25$  foram mencionadas por Von Bernuth (1990), quando afirmou que o uso desses coeficientes só conferia boa exatidão para projetos de irrigação com tubulações de diâmetros inferiores a 80 mm e número de Reynolds menores que 100.000.





**Figura 3.** Erro percentual gerado por diferentes equações para o fator de atrito de Darcy-Weisbach (em comparação com a Eq. 4, von Kármán) para tubos de polietileno.

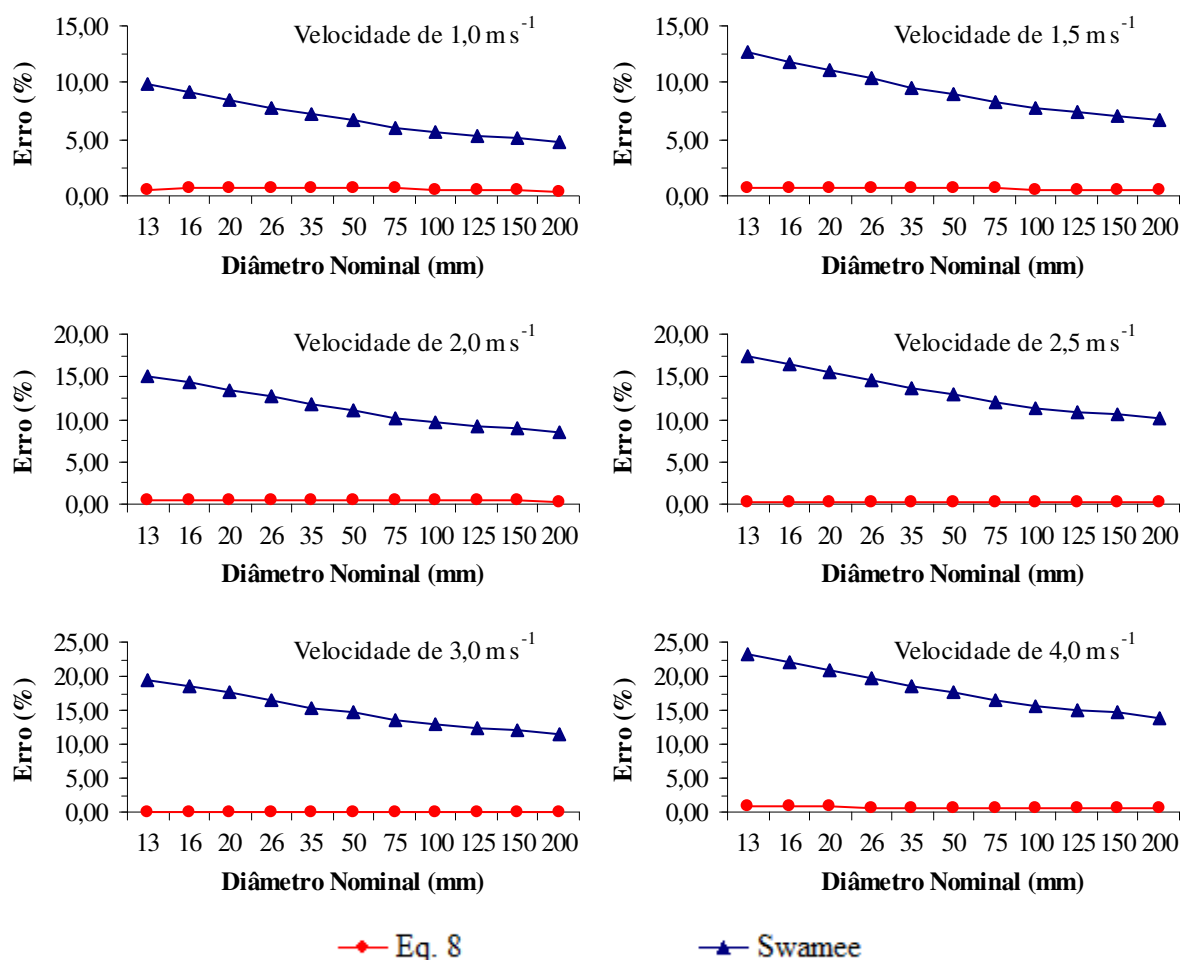


**Figura 4.** Erro percentual gerado por diferentes equações para o fator de atrito de Darcy-Weisbach (em comparação com a Eq. 4, von Kármán) para tubos de PVC.

O modelo apresentado por Mello et al. (1999) foi desenvolvido para faixa de velocidade de 0,5 a 2,0 m s<sup>-1</sup>, o que explica a sua tendência de crescimento do erro para velocidades fora dessa faixa (Figuras 3 e 4).

Em comparação com a equação de Swamee (Eq. 3), que segundo Porto (2006) pode ser utilizada para qualquer regime de fluxo, o modelo proposto apresentou incontestável superioridade na exatidão dos valores gerados (Figura 5).

Essa discrepância entre o modelo desenvolvido (Eq. 8) e a equação de Swamee (Eq. 3) já era esperada, uma vez que Andrade & Carvalho (2001) haviam relatado uma situação similar em testes de comparação entre equações para determinação do fator  $f$ . Os autores concluíram que a equação de Swamee só não gera resultados satisfatórios para o regime de fluxo turbulento liso, situação predominante neste trabalho. Os autores comentaram ainda que os valores de  $f$  gerados pela equação de Swamee tendem a se aproximar dos valores gerados por von Kármán para maiores valores do número de Reynolds. Essa situação pode ser percebida na Figura 5, na qual a curva de Swamee decresce com o aumento do diâmetro, em uma mesma velocidade. Esse inconveniente não acontece no modelo desenvolvido (Eq. 8), que não apresenta tendência alguma e mantém erros muito próximos de zero, independentemente da situação decorrida.



**Figura 5.** Erro gerado com as Eq. 3 (Swamee) e Eq. 8 (modelo desenvolvido), em comparação com a Eq. 4 (von Kármán), para diferentes velocidades de fluxo e diâmetros de tubulações.

Portanto, comprovou-se que, para as situações testadas, o modelo proposto nesse trabalho apresenta alto grau de exatidão em comparação a qualquer dos modelos testados, bem como em relação à equação consolidada de von Kármán.

## 6 CONCLUSÃO

O modelo matemático desenvolvido para determinação explícita do fator de atrito de Darcy-Weisbach ( $f$ ) apresentou elevado grau de exatidão para o regime de fluxo de maior ocorrência em projetos de irrigação pressurizada (regime turbulento liso).

O modelo também propicia simplicidade nos cálculos, por utilizar apenas o número de Reynolds e o diâmetro interno da tubulação como variáveis.

## 7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT - Associação Brasileira de Normas Técnicas. NBR 14311/1999, NBR 14312/1998, NBR 14654/2001 (Tubos de PVC rígido com junta soldável ou elástica para sistemas permanentes de irrigação) e NBR 11795/2008 (Tubos de polietileno para sistemas de irrigação localizada). Disponível em: <<http://www.abntcatalogo.com.br>>. Acesso em: 22 mar. 2013.

ALAZBA, A. A.; ELNESR, M. B. Simple iterative model for adjusting Hazen-Williams friction coefficient for drip irrigation laterals. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**, v.5, n.12, p.1079-1088, 2011.

ALLEN, R. G. Relating the Hazen-Williams and Darcy-Weisbach Friction loss equations for pressurized irrigation. **Applied Engineering in Agriculture**, v.12, n.6, p.685-693, 1996.

ANDRADE, L.; CARVALHO, J. A. Análise da equação de Swamee-Jain para cálculo do fator de atrito. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v.5, n.3, p.554-557, 2001.

AZEVEDO NETTO, J. M.; FERNANDEZ, M. F.; ARAUJO, R.; ITO, A. E. **Manual de hidráulica**. 8.ed. São Paulo: Ed. Blücher, 1998. 670p.

BAGARELLO, V.; FERRO, V.; PROVENZANO, G.; PUMO, D. Experimental study on flow resistance law for small-diameter plastic pipes. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.121, n.5, p.313-316, 1995.

BERNUTH, R.D. von; WILSON, T. Friction factors for small diameter plastic pipes. **Journal of Hydraulics Engineering**, New York, v.115, n.2, p.183-192, 1989.

BOMBARDELLI, F. A.; GARCÍA, H. Hydraulic design of large-diameter pipes. **Journal of Hydraulics Engineering**, New York, v.129, n.11, p.839-846, 2003.

CARDOSO, G. G. G.; FRIZZONE, J. A.; REZENDE, R. Fator de atrito em tubos de polietileno de pequenos diâmetros. **Acta Scientiarum. Agronomy**, Maringá, v.30, n.3, p.299-305, 2008.

GOMES, H. P. **Engenharia de irrigação: hidráulica dos sistemas pressurizados, aspersão e gotejamento**. 3.ed. Campina Grande: Ed. UFPB, 1999. 412p.

KAMAND, F. Z. Hydraulic friction factors for pipe flow. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.114, n.2, p.311-323, 1988.

MELLO, C. R.; FERREIRA, D. F.; CARVALHO, J. A. Equações explícitas para o fator de atrito da equação de Darcy-Weisbach. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v.3, n.2, p.365-371, 1999.

PORTO; R. M. **Hidráulica básica**. 4.ed. São Carlos: Ed. EESC-USP, 2006. 540p.

RETTORE NETO, O.; MIRANDA, J. H.; FRIZZONE, J. A.; WORKMAN, S. R. Local head loss of non-coaxial emitters inserted in polyethylene pipe. **Transactions of the ASABE**, St. Joseph, v.52, n.3, p.729-738, 2009.

VERMEIREN, G. A., JOBLING, G. A. **Irrigação localizada**. Campina Grande: UFPB, 1997, 184p. (Estudos FAO: Irrigação e Drenagem, 36 - Tradução de GHEYI, H. R., DAMASCENO, F. A. V., SILVA JUNIOR, L. G. A., MEDEIROS, J. F.).

VON BERNUTH, R. D. Simple and accurate friction loss equation for plastic pipe. **Journal of Irrigation and Drainage Engineering**, New York, v.116, n.2, p.294-298, 1990.