ISSN 1808-3765

UMA ALTERNATIVA PARA CARACTERIZAR O VALOR DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA EM SOLO SATURADO

Maria Vilma Tavares de Moura
Secretaria da Agricultura e Abastecimento do Estado do Rio Grande do Norte Br 101 - Km 0 – Lagoa Nova - Fone: (084) 2311212 CEP 57075-050 - Natal-RN
Paulo Rodolfo Leopoldo
FCA/UNESP – Depto. Engenharia Rural Fone: (014)8213883; Fax: (014) 8213438 CEP 18603-970 - Botucatu-SP
Sérgio Marques Júnior
Depto. Engenharia Rural - CCA/UFSC Rodovia Admar Gonzaga, Km 03 - Itacorubi CEP 88037-500 - Florianópolis-SC - Fone: (048) 2341013 e-mail: smarques@mbox1.ufsc.br

1 RESUMO

O objetivo do presente artigo é apresentar um estudo sobre a variabilidade espacial da condutividade hidráulica do solo estimada em meio saturado, apresentando alternativas para caracterização de seu valor em uma determinada porção do solo. A partir de uma série de dados, verificou-se a existência de não normalidade na distribuição, justificando a utilização de outras funções de densidade de probabilidade para o estudo. Nesta situação, a distribuição dos dados amostrados apresentou bom ajuste às funções de densidade gama incompleta e beta.

UNITERMOS: Condutividade hidráulica, variabilidade espacial do solo, funções de densidade de probabilidade.

MOURA, M.V.T., LEOPOLDO, P.R., MARQUES JÚNIOR, S.M.
AN ALTERNATIVE TO CHARACTERIZE THE HYDRAULIC CONDUCTIVITY IN SATURATED SOIL

2 ABSTRACT

The aim of this paper was to study the spatial variability of soil saturated hydraulic conductivity, offering an strategy to characterize its value in a set of soil. It was observed the occurrence of non-normal distribution, justifying the use of probability density functions. In this study, measured data distribution showed good fitting with incomplete gamma and beta distribution.

KEYWORDS: Hydraulic conductivity, soil spatial variability, probability density functions.

3 INTRODUÇÃO

É notória a argumentação de que a estatística utilizada comumente nos trabalhos de pesquisa é baseada no modelo gaussiano onde a distribuição de freqüências tende para uma estimativa normal de dispersão dos dados. Sob esta condição, parâmetros de estimativa como a "média", podem ser considerados como representativos da tendência de dispersão dos dados na série analisada. Entretanto, em função da inevitável variabilidade espacial que as mais diversas propriedades do solo podem assumir, o emprego de valores médios para caracterizar algumas propriedades físicas tem sido efetuado de maneira deficiente,

DOI: http://dx.doi.org/10.15809/irriga.1998v04n2p54-60

face à não normalidade que uma distribuição de freqüências de uma série de valores pode assumir. Sob esta condição, os procedimentos usuais da estatística clássica deveriam ser evitados, justificando a utilização de outros procedimentos matemáticos que, embora mais complexos, podem caracterizar melhor o comportamento do solo a ser estudado.

Algumas alternativas foram propostas ao longo do tempo, procurando contornar esse problema: Menk & Nagai (1983) citam a utilização de um procedimento matemático que consiste na transformação da escala da medida original, cujo objetivo é o de aproximar uma distribuição originalmente não normal, para uma que apresente características de normalidade. Entretanto, esse procedimento, além de trabalhoso, não garante em certos casos, a expressão de não normalidade da série de variáveis transformadas, inviabilizando então todo o processo. Saad & Scaloppi (1988) sugerem a utilização de análises referentes à distribuição de freqüência, quando do estudo de variáveis randômicas, que pode ser o caso de certas propriedades físicas do solo. Análises de distribuição de freqüências levam inevitavelmente o pesquisador a se preocupar com ajustes de funções, ou seja, tendenciam o estudo à estimativas das chamadas "funções de densidade de probabilidade". Nessa situação, deve-se salientar a necessidade de construção de algoritmos específicos para as estimativas, face à complexidade que as mais diversas funções de densidade de probabilidade podem assumir.

Entretanto, apesar dessa complexidade, as funções de densidade, levam à uma estimativa dos valores em termos probabilísticos, permitindo ao pesquisador o livre compromisso e responsabilidade de caracterizar a propriedade do solo dentro de um nível de provável de ocorrência. Visto que o parâmetro "condutividade hidráulica em meio saturado" (Ks) é comumente citado em modelos de estimativa e em função da extrema variabilidade espacial que apresenta, um valor que caracterize uma certa porção de solo pode se tornar uma tarefa das mais complicadas e perigosas, em virtude das variações existentes.

O objetivo desse estudo é apresentar uma análise sobre a caracterização da condutividade hidráulica de uma porção do solo, estimada em meio saturado, baseada em ajustes de uma série de dados à distribuição gaussiana (modelo de distribuição normal) e às funções de densidade gama incompleta e beta, com posterior estimativa de seus valores a níveis de probabilidade de ocorrência.

4 MATERIAL E MÉTODOS

A distribuição de Gauss, mais conhecida como distribuição normal, pode ser definida pela Equação 1 (Costa Neto, 1977):

$$N(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2.\pi}} . e^{\left[-\frac{(X_i - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \qquad (1)$$

sendo X_i a variável em estudo, que no caso presente corresponde ao valor da condutividade hidráulica em meio saturado, μ a média da série, σ o desvio-padrão e "e" a base dos logarítmos neperianos (e=2,71828...). A área limitada pela Equação 1 e pelo eixo das abscissas, representa a probabilidade de ocorrência do valor X, dentro de um intervalo específico. Apesar de rigoroso, o procedimento mais comumente utilizado para verificar se uma série de dados pode ser ajustada pela distribuição normal, refere-se à algumas de suas propriedades, no qual o coeficiente de momento de assimetria α deve corresponder ao valor 0, e o coeficiente de momento de curtose deve corresponder à 3.

Foi, provavelmente pela aparente simplicidade e facilidade de cálculos dos componentes, apresentada pela Equação 1, que o modelo de distribuição normal foi aceito tão profundamente pela pesquisa científica. Outras funções de densidade já apresentam maior complexidade, como a função de densidade gama incompleta, por exemplo. Essa função possui dois parâmetros, α e β, dados pela Equação 2 (Thom, 1958):

$$X(x) = \frac{1}{\beta^{\alpha}\Gamma(\alpha)} \; x_i^{(\alpha-1)} \; e^{\frac{-x_i}{\beta}} \qquad (2)$$

em que x_i corresponde à variável em estudo, β é um parâmetro de escala, α é um parâmetro de forma e $\Gamma(\alpha)$ a função gama da variável α. A distribuição gama incompleta é definida pela integral da Equação 1 para $\alpha>0$, $\beta>0$ e $0 \leq x_i < X$ (Thom, 1958).

Utilizando o método da máxima verossimilhança (Likelihood), proposto por Fisher citado por Saad (1990), estima-se o parâmetro α, através da relação:

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4A}{3}}}{4A} \qquad (3)$$

sendo,

$$A = \left[\ln(x_m) - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \ln(x_i) \right] \quad (4)$$

em que “n” é o número de dados da série, x_i o valor da variável x no ponto i e x_m o valor médio na série de dados. Por definição, o parâmetro β, é dado por:

$$\beta = \frac{x_m}{\alpha} \quad (5)$$

Assim como no modelo apresentado para a distribuição normal, a área limitada pela Equação 2 e pelo eixo das abscissas, representa a probabilidade de ocorrência do valor x, dentro de um intervalo específico. A mesma complexidade apresentada fela função de densidade gama incompleta, pode ser observada na função de densidade beta, expressa da seguinte forma (Falls citado por Saad (1990)):

$$B(x) = \frac{1}{b - a} \cdot \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p) \cdot \Gamma(q)} \cdot \left(\frac{x_i - a}{b - a}\right)^{p-1} \cdot \left(1 - \frac{x_i - a}{b - a}\right)^{q-1} \quad (6)$$

em que “a” e “b” representam o menor e maior valor na série de dados, respectivamente, e “p” e “q” são parâmetros da estimativa. Estes parâmetros podem ser obtidos a partir do Método dos Momentos (Pearson também citado por Saad (1990)):

$$p = \frac{\mu_1 . (\mu_1 - \mu_2).}{\mu_2 - \mu_1^2} \quad (7)$$

e

$$q = \frac{(1 - \mu_1)(\mu_1 - \mu_2).}{\mu_2 - \mu_1^2} \quad (8)$$

sendo o termo μ_1 o momento de primeira ordem para a variável x e μ_2 o momento de segunda ordem, dentro da série de dados. A estimativa desses parâmetros é realizada a partir da estimativa dos momentos centrados das variáveis, ou seja,

$$\mu_1 = \frac{\sum_{i=1}^{I} x_i}{N} \quad (9)$$

e

$$\mu_2 = \frac{\sum_{i=1}^{I} x_i^2}{N} \quad (10)$$

A estimativa dos valores de ocorrência de probabilidade é possível quando da adimensionalização da variável independente, ou seja,

$$X_a = \frac{x - a}{b - a} \quad (11)$$

em que X_a corresponde à variável admensionalizada. A partir dessa transformação, a função de densidade beta assume a seguinte forma:

$$B(x_a) = \frac{\Gamma(p+q)}{\Gamma(p) . \Gamma(q)} . x_a^{p-1} . \left(1 - x_a\right)^{q-1} \quad (12)$$

sendo $0 \leq x_a \leq 1$ para p>1 e q>1. Como comentado para as outras funções de densidade, os valores de probabilidade acumulada de ocorrência da variável são estimados a partir da integração da Equação, dentro de um intervalo determinado.

Neste estudo, as funções de densidade de probabilidade foram utilizadas para analisar a distribuição espacial de uma série composta por 30 valores de condutividade hidráulica determinada em meio saturado, regularmente espaçadas em uma parcela de 30 m^2, representativas da profundidade de 10 cm de um solo classificado por Carvalho et al. (1983) como Terra Roxa Estruturada "intergrade" para Latossolo Vermelho Escuro, textura média. Em virtude da longa série de cálculos, para a realização dos procedimentos necessários para o ajuste da série de dados à função de densidade gama incompleta, foi utilizado o modelo computacional proposto por Marques Júnior et al. (1994), e para o ajuste dos dados à função de densidade beta, foi utilizado o modelo proposto por Marques Júnior et al.(1995). Resultados dessa análise são apresentados a seguir.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para a verificação do ajuste da série de dados às funções de densidade, foi utilizado o teste de Kolmogorov-Smirnov (Campos, 1983), um teste estatístico não paramétrico. O Quadro 1 apresenta os valores de condutividade hidráulica estimada em meio saturado para a parcela estudada.

Inicialmente, é passível de verificação a extrema variabilidade espacial que o parâmetro estudado apresenta na região amostrada, facilmente observada na Figura1.

Apesar de o teste de Kolmorogov-Smirnov não ter sido utilizado para verificar se a distribuição tem uma tendência para a normalidade, verifica-se que a série de dados utilizadas não segue uma distribuição normal em função dos coeficientes de assimetria e curtose obtidos, significativamente diversos do padrão da distribuição[1]. É interessante então verificar que a utilização de valores médios para caracterizar uma certa amostra, ou mesmo, definir um parâmetro físico de um solo é um procedimento não adequado.

Quadro 1 - Valores estimados de probabilidade de ocorrência (menor que) para a condutividade hidráulica em meio saturado (Ks).

Ordem	Ks (mm/h)	Probabilidade de Ocorrência				
		Teórica (T)	Função Gama Inc. (B)	T-B	Função Beta (G)	T-G
1	535.989	1.000	0.977	0.023	0.989	0.011
2	368.225	0.967	0.936	0.030	0.898	0.069
3	316.260	0.933	0.934	0.001	0.858	0.075
4	302.137	0.900	0.916	0.016	0.845	0.055
5	284.779	0.867	0.860	0.007	0.829	0.038
6	261.641	0.833	0.811	0.022	0.805	0.028
7	227.317	0.800	0.786	0.014	0.767	0.033
8	177.882	0.767	0.753	0.013	0.700	0.067
9	155.533	0.733	0.751	0.018	0.667	0.067
10	153.372	0.700	0.744	0.044	0.662	0.038
11	133.367	0.667	0.707	0.040	0.626	0.041
12	130.228	0.633	0.706	0.073	0.62	0.013
13	97.997	0.600	0.705	0.105	0.553	0.047
14	81.453	0.567	0.651	0.084	0.513	0.054
15	72.836	0.533	0.580	0.046	0.489	0.044
16	53.857	0.500	0.499	0.001	0.430	0.070
17	40.010	0.467	0.467	0.000	0.378	0.089
18	30.795	0.433	0.412	0.021	0.336	0.097
19	30.740	0.400	0.326	0.074	0.336	0.064
20	30.621	0.367	0.319	0.048	0.335	0.032
21	25.005	0.333	0.276	0.057	0.306	0.027
22	23.862	0.300	0.273	0.027	0.299	0.001
23	23.578	0.267	0.233	0.034	0.298	0.031
24	19.235	0.233	0.166	0.067	0.271	0.038
25	15.953	0.200	0.132	0.068	0.247	0.047
26	10.521	0.167	0.114	0.053	0.201	0.035

[1] Como comentado, uma das características da distribuição normal é a de apresentar o coeficiente de assimetria igual à 0, ou seja, é simétrica, e o coeficiente de curtose igual à 3.

27	5.166	0.133	0.102	0.032	0.136	0.002
28	3.705	0.100	0.093	0.007	0.110	0.010
29	3.572	0.067	0.067	0.000	0.107	0.040
30	1.042	0.033	0.024	0.009	0.007	0.026

Média para a série de dados: 120,556
Desvio padrão da série de dados: 132,277
Coeficiente de momento de assimetria para a série de dados: 1,343
Coeficiente de momento de curtose para a série de dados: 4,249

Ao nível de 5% de probabilidade, quando da utilização de 30 valores para a análise, o limite para o teste bilateral de Kolmogorov-Smirnov é de 0,242. Esse é o valor máximo a ser permitido na diferença de estimativa entre as distribuições teóricas e ajustadas, a fim de que a hipótese se confirme. Verifica-se, através do quadro 1, que em ambos os casos o valor limite não foi excedido, ou seja, através da amostra utilizada, é razoável estudar os valores de condutividade hidráulica em meio saturado, admitindo-se que seguem uma distribuição gama incompleta ou beta, indistintamente.

A partir dessa análise, o presente estudo propõe alternativas para se caracterizar o valor da condutividade hidráulica em meio saturado em função da não normalidade que a série de dados apresenta:

1. Moda da distribuição: Visto que o parâmetro estatístico "média" não é adequado para caracterizar a distribuição, propõe-se a utilização da "moda". A "moda" (m_o) da série de dados, pode ser definida como o valor de máxima freqüência. No caso de distribuições de freqüência de mesma amplitude, esse parâmetro é estimado como um ponto da classe modal:

$$m_o = L_i + \frac{d_1}{d_1 + d_2} \cdot h \qquad (13)$$

sendo Li o limite inferior da classe modal, d_1 a diferença entre a freqüência da classe modal e a classe imediatamente anterior, d_2 a diferença entre a freqüência da classe modal e a da classe imediatamente superior e h a amplitude das classes. A Figura 1 apresenta a distribuição das freqüências de classe do estudo.

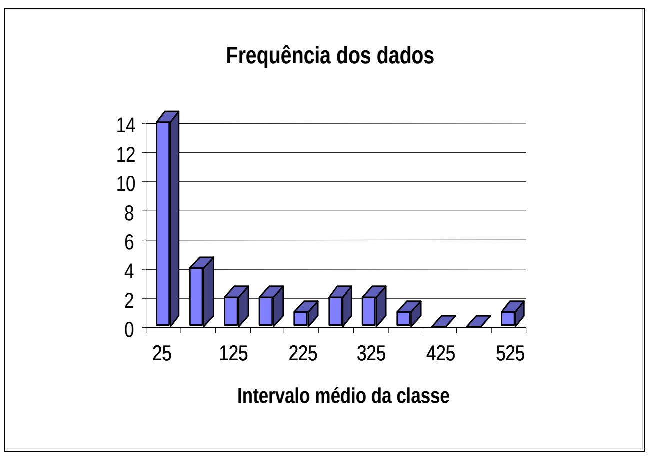

Figura 1 - Freqüência da distribuição dos valores de condutividade hidráulica em meio saturado agrupados em intervalos de classe.

Nessa situação, a moda apresentou o valor de 29,166 $mm.hora^{-1}$, um valor bem distinto da média da distribuição, o que justifica a utilização desse procedimento para caracterizar o valor do parâmetro.

2. Análises de probabilidade: Visto que torna-se adequado o estudo da série de dados através de funções de densidade de probabilidade não normais, é plenamente razoável analisar os valores da variável em estudo em termos de probabilidade. Ou seja, caracteriza-se o solo em termos de níveis de probabilidade de ocorrência dos valores de condutividade hidráulica em meio não saturado. O Quadro 2 é interpretado da seguinte maneira: Para o local estudado, existe 5% de probabilidade de que ocorra um valor de Ks menor ou igual à 2,8 $mm.hora^{-1}$, 10 % de que ocorra um valor menor ou igual à 6,8 $mm.hora^{-1}$, e assim por diante, quando a estimativa é feita a partir da função de densidade gama incompleta. Da mesma forma, existe uma probabilidade de 95% de que ocorra um valor menor ou igual à 421,2 $mm.hora^{-1}$. A mesma interpretação é empregada para os valores estimados através da função de densidade beta. Esse tipo de alternativa é mais genérica, possibilitando ao pesquisador, liberdade de interpretação dos dados, assim como responsabilidade na escolha do valor a ser adotado. Ferramentas da geoestatística seriam muito úteis para complementação dessa alternativa.

Quadro 2 - Valores estimados de condutividade hidráulica em meio saturado (mmh^{-1}) determinados níveis de probabilidade de ocorrência (menor que) para a amostra utilizada.

Níveis de Probabilidade De ocorrência (%)	Condutividade Hidráulica (mm.hora^{-1}) F.D. Gama Incompleta	F. D. Beta
5	2.8	2.6
10	6.8	4.8
15	11.8	8.5
20	17.8	13.9
25	24.4	20.3
30	32.0	29.4
35	40.6	40.1
40	50.2	53.5
45	61.0	68.9
50	73.0	87.2
55	87.0	109.1
60	102.8	134.2
65	121.2	163.1
70	142.8	196.8
75	169.0	236.4
80	201.8	283.5
85	245.0	340.2
90	307.8	414.6
95	421.2	501.2

6 CONCLUSÕES

Baseando-se nos resultados apresentados, verifica-se que, para as amostras utilizadas, a utilização da estatística clássica baseada no modelo de distribuição de Gauss não é adequada para o estudo da série de dados, em função da não normalidade assumida pela série utilizada. Verificou-se que distribuição ajustou-se às funções de densidade gama incompleta e beta, possibilitando estudos de distribuição de freqüência e probabilidade de ocorrência da variável no local.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAMPOS, H. *Estatística experimental não paramétrica*. 4.ed. Piracicaba: Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", 1983. 343p.

CARVALHO, W. A., ESPÍNDOLA, C. R., PACOLLA, A. A. Levantamento de solos da Fazenda Experimental "Presidente Médici". *Bol. Cient. Fac. Ciênc. Agron, UNESP (Botucatu)*, n.1, p.1-95, 1983.

COSTA NETO, P.L.O. *Estatística.* São Paulo: Edgar Blucher, 1977. 264p.

MARQUES JÚNIOR , S., SAAD, J. C. C., MOURA, M. V. T. Modelo iterativo para estimativa da evapotranspiração de referência provável. *Sci. Agric.(Piracicaba)*, v.52, p.221-5, 1995.

MARQUES JÚNIOR , S. et al. Modelo computacional para estimativa das precipitações mensais prováveis utilizando a distribuição gama incompleta. *Engenharia Rural*, v.5, p.20-33, 1994.

MENK, J.R.F., NAGAI, V. Estratégia para caracterizar a variabilidade de dados de solos com distribuição não normal. *Rev. Bras. Cienc. Solo*, v.7, p.311-6, 1983

SAAD, J. C. C. *Estudo das distribuições de freqüência da evapotranspiração de referência e da precipitação pluvial para fins de dimensionamento de sistemas de irrigação.* Piracicaba, 1990. 124p. Dissertação (Mestrado em Irrigação e Drenagem) – Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo.

SAAD, J. C. C. , SCALOPPI, E. J. Análise dos principais métodos climatológicos para estimativa da evapotranspiração. In: CONGRESSO NACIONAL DE IRRIGAÇÃO E DRENAGEM, 8, Florianópolis. *Anais*... Florianópolis: Associação Brasileira de Irrigação e Drenagem, 1988. v 2. p.1037-52.

THOM, H. C. S. A note on the Gamma Distribution. *Monthey Weather Rew.,* v.86, p.117-22, 1958.