

PREDIÇÃO DA PRECIPITAÇÃO MÁXIMA NO MUNICÍPIO DE SILVIANÓPOLIS-MG: ABORDAGENS CLÁSSICA E BAYESIANA

THAÍS BRENDA MARTINS¹; GISELE CAROLINA ALMEIDA²; FABRICIO GOECKING AVELAR³ E LUIZ ALBERTO BEIJO⁴

¹Mestranda no Programa de Pós-Graduação de Estatística Aplicada e Biometria, Universidade Federal de Alfenas, Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700, centro, Alfenas-MG, CEP: 37130-001, Brasil, thaismartins@outlook.com.br;

²Mestranda no Programa de Pós-Graduação de Estatística Aplicada e Biometria, Universidade Federal de Alfenas Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700, centro, Alfenas-MG, CEP: 37130-001, Brasil, giselealmeidac08@gmail.com;

³Professor do Departamento de Estatística, Universidade Federal de Alfenas Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700, centro, Alfenas-MG, CEP: 37130-001, Brasil, fabricio@unifal-mg.edu.br;

⁴Professor do Departamento de Estatística, Universidade Federal de Alfenas Rua Gabriel Monteiro da Silva, 700, centro, Alfenas-MG, CEP: 37130-001, Brasil, luiz.beijo@unifal-mg.edu.br.

1 RESUMO

As precipitações, quando em excesso, podem causar danos como erosão de solos e inundações, prejuízos em obras hidráulicas, rompimentos de barragens e represas, entre outros. O conhecimento sobre a precipitação máxima esperada, numa determinada região, pode auxiliar no planejamento de atividades agrícolas e construções hidráulicas de forma a evitar danos e prejuízos. Objetivando realizar a predição da precipitação máxima anual na cidade de Silvianópolis-MG, para os tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos, foi ajustada a distribuição generalizada de valores extremos à série histórica de precipitação. Analisou-se a acurácia e erro médio de predição para avaliar as estimativas fornecidas pelo método de máxima verossimilhança e pela inferência Bayesiana. Informações, acerca das precipitações máximas, das cidades de Lavras-MG e Machado-MG foram utilizadas para elicitação da distribuição *a priori*. A aplicação da inferência Bayesiana levou a menores erros de predição, mostrando a eficiência da incorporação de conhecimentos *a priori* no estudo de precipitação máxima. A distribuição *a priori* embasada em informações de Lavras apresentou menor erro de predição da precipitação máxima anual de Silvianópolis.

Palavras-chave: Valores extremos, níveis de retorno, *prioris*

MARTINS, T. B.; ALMEIRA, G. C.; AVELAR, F. G.; BEIJO, L. A.
PREDICTION OF MAXIMUM PRECIPITATION IN THE MUNICIPALITY OF
SILVIANÓPOLIS-MG: CLASSICAL AND BAYESIAN APPROACHES

2 ABSTRACT

Extreme rainfall can cause damage such as soil erosion and floods, damage to hydraulic works, rupture of dams and reservoirs among others. Knowledge about the expected maximum rainfall, in a given region, can assist in the planning of agricultural activities and hydraulic constructions in order to avoid damages and losses. Aiming to predict the maximum annual rainfall of the city of Silvianópolis-MG for the return levels of 5, 10, 25, 50 and 100 years, the generalized

extreme value distribution was fitted to the historical rainfall data series. The accuracy and mean prediction error were analyzed to evaluate the estimates provided by the maximum likelihood method and Bayesian inference. Information about the maximum rainfall from the cities of Lavras-MG and Machado-MG were used to elicit the prior distribution. The Bayesian Inference application led to smaller prediction errors, showing the efficiency of the incorporation of prior knowledge in the maximum rainfall study. The prior distribution based on information for Lavras presented smaller maximum annual rainfall prediction error for Silvianópolis.

Keywords: Extreme value, return levels, priors

3 INTRODUÇÃO

O Brasil possui uma grande extensão territorial, com isso acaba apresentando diferentes processos de chuvas, temperaturas e ventos, por causa dos diversos climas predominantes nas regiões do país. O município de Silvianópolis, localizado na região Sul de Minas Gerais que, segundo Oliveira et al. (2014) tem como principal fonte econômica as atividades agropecuárias, sendo que estas podem ser fortemente influenciadas pela ocorrência de precipitações máximas.

A chuva apresenta grande influência nas atividades humanas, seja ela com aspectos favoráveis quando são moderadas e desfavoráveis quando são intensas. Na agricultura, por exemplo os seus efeitos favoráveis estão ligados desde a germinação das sementes até a colheita de uma determinada plantação. Além disso, a chuva propicia a produção de energia elétrica, aumento na vazão fluvial e recarga de aquífero. Mas, quando ocorrem com alta intensidade os seus efeitos são danosos, causando erosão nos solos, alagamentos, destruições nas plantações, rompimentos de diques e represas, entre outros. Logo, a previsão probabilística da ocorrência de precipitações máximas é de grande importância para o planejamento das atividades sujeitas a seus efeitos adversos, tais como a implantação de projetos de engenharia hidráulica e agrícola. A distribuição generalizada de valores

extremos (GEV, do inglês *generalized extreme values*) tem apresentado bons resultados na modelagem desse tipo de evento (BAUTISTA; ZOCCHI; ANGELOCCI, 2004).

Jenkinson (1955) desenvolveu a distribuição GEV, que pode ser expressa por uma única fórmula, incluindo os três tipos de distribuições assintóticas de valores extremos conhecidos como Gumbel ou tipo I, Fréchet ou tipo II e Weibull ou tipo III. A distribuição GEV tem sido utilizada com grande frequência na solução dos problemas relacionados as variáveis meteorológicas, como pode ser observado nos trabalhos de Brabson e Palutikof (2000), Bautista, Zocchi e Angelocci (2004), Hundedcha et al. (2008), Sansigolo (2008), Blain (2011), Quadros, Queiroz e Boas (2011), Oliveira et al. (2014) e Caldeira et al. (2015).

Existem vários métodos para obter os estimadores dos parâmetros da distribuição GEV, segundo Coles (2001), dentre os métodos utilizados para a estimação dos parâmetros das distribuições valores extremos, o mais utilizado é o de máxima verossimilhança. Uma das vantagens deste método é a fácil compreensão da teoria dos estimadores de máxima verossimilhança e suas boas propriedades assintóticas, no entanto, Coles e Dixon (1999) destacam que não há como garantir a manutenção das boas propriedades assintóticas para amostras pequenas. De acordo com Coles e Powell

(1996), Coles e Tawn (1996) e Beijo, Vivanco e Muniz (2009), uma forma de contornar esta dificuldade seria utilizar a inferência Bayesiana, a qual permite que sejam incorporadas informações de uma distribuição *a priori*, para o aprimoramento e redução das incertezas acerca das estimativas, sendo esta uma vantagem da sua utilização.

Segundo Paulino, Turkman e Murteira (2003), a informação *a priori* que se pretende incorporar na análise é a informação anterior ao experimento possuído por alguém, que se identifica como o especialista do problema concreto (seja ele o pesquisador, o estatístico ou outrem) e contém elementos subjetivos. Estes elementos são muitas vezes radicados

em fontes objetivas (dados históricos do problema ou de problemas análogos e fatos), sem nelas se esgotarem pelo envolvimento do perito em processos de elaboração mental conducentes à formação das suas crenças sobre aspectos desconhecidos (logo, incertos) da modelação considerada para o problema.

De acordo com Paulino, Turkman e Murteira (2003), na inferência Bayesiana, o conhecimento sobre o parâmetro θ é descrito pela distribuição *a posteriori*, $p(\theta|\mathbf{x})$, a qual é obtida da quantificação da informação *a priori* em $p(\theta)$ e da informação amostral, contida na função de verossimilhança $L(\theta|\mathbf{x})$, resultando em:

$$p(\theta|\mathbf{x}) \propto L(\theta|\mathbf{x})p(\theta) \quad (1)$$

Para extrair a informação do parâmetro θ da distribuição *a posteriori* é necessário integrá-la. De acordo com Gamerman e Lopes (2006), a solução analítica dessa integral, geralmente, é complexa, necessitando-se de algoritmos iterativos para solucioná-la, como os algoritmos Amostrador de Gibbs e Metropolis-Hastings da técnica Monte Carlo via Cadeias de Markov (MCMC, do Inglês *Markov Chain Monte Carlo*).

Diante da importância da previsão de ocorrência de precipitações máximas, este trabalho teve por objetivo ajustar a distribuição generalizada de valores extremos à série de máximos de precipitação anual da cidade de Silvianópolis-MG, avaliando as estimativas de precipitações máximas obtidas via método de máxima verossimilhança e via inferência Bayesiana. Assim, utilizou a metodologia que apresentou melhor desempenho para realizar previsões de precipitação máxima para os tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos.

4 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados utilizados são da estação pluviométrica de Silvianópolis (código 02245089), obtidos junto aos registros da Agência Nacional de Águas (ANA/HIDROWEB). A estação está localizada nas seguintes coordenadas geográficas: latitude de -22°02'03", longitude de -45°50'07" e altitude de 900m (OLIVEIRA et al., 2014). De acordo com a classificação climática de Köppen, o clima da região é Cwa, com temperaturas moderadas e verões quentes e chuvosos (RIBEIRO; AVANZI, 2010).

Os dados correspondem às precipitações pluviárias máximas diárias do mês, expressas em altura de lâmina d'água (mm) do período de janeiro de 1975 a junho de 2016. A partir desses dados foi obtida a série de máximos anuais, selecionando a maior precipitação observada durante o ano, contendo 42 observações. As observações de 1975 a 2006 foram usadas para estimar os parâmetros da distribuição GEV e calcular a precipitação máxima provável para os tempos de retorno para 2, 4, 6 e 10

anos. Das observações restantes, série de 2007 a 2016, foram extraídas as precipitações máximas observadas em 2, 4, 6 e 10 anos para verificar a acurácia e o erro médio de predição das precipitações máximas esperadas obtidas via método de máxima verossimilhança e via inferência Bayesiana.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \right\}, \quad (2)$$

Definida em: $-\infty < x < \mu - \frac{\sigma}{\xi}$, para $\xi < 0$ e $\mu - \frac{\sigma}{\xi} < x < \infty$, para $\xi > 0$ e $\sigma > 0$, em que μ , σ e ξ são os parâmetros de posição, escala e forma, respectivamente.

Os parâmetros das distribuições GEV foram estimados usando o método de máxima verossimilhança e inferência Bayesiana.

$$L(\theta|\mathbf{x}) = \prod_{i=1}^n f(x_i, \theta), \quad (3)$$

Em que: $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ é o vetor de dados amostrais e $f(x_i, \theta)$ é a função de densidade de probabilidade da

$$L(\mu, \sigma, \xi|\mathbf{x}) = \frac{1}{\sigma^n} \prod_{i=1}^n \left\{ \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \right\} \exp \left\{ \sum_{i=1}^n \left\{ - \left[1 + \xi \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \right\}. \quad (4)$$

O ajuste da distribuição GEV à série de máximos de precipitação anual da cidade de Silvianópolis-MG foi verificada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov (com nível de significância de 5%), uma vez que este avalia o grau de concordância entre a

$$p(\mu, \sigma, \xi) \propto \frac{1}{|\Sigma_0|^2} \exp \left\{ - \frac{1}{2} (\theta - m_0)' \Sigma_0^{-1} (\theta - m_0) \right\}, \quad (5)$$

Em que o vetor de parâmetros $\theta = (\mu, \sigma, \xi)'$, o vetor de hiperparâmetros de

Para verificar a pressuposição de independência exigida pelas distribuições de valores extremos, foi realizado o teste de Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) ao nível de 5% de significância.

A distribuição generalizada de valores extremos apresenta a seguinte função de densidade de probabilidade,

O método de máxima verossimilhança consiste em encontrar os estimadores de μ , σ e ξ através da solução do sistema de equações não lineares formado pelas derivadas de primeira ordem do logaritmo da função de verossimilhança que é dada por:

GEV, dada em (2). Portanto, para a distribuição GEV a função de verossimilhança é dada por:

distribuição de um conjunto de valores amostrais e determinada distribuição teórica específica (SIEGEL, 1975).

Nesse estudo, usou-se como *priori* a distribuição Normal Trivariada proposta por Coles e Powell (1996), dada por:

médias $m_0 = (\mu_0, \sigma_0, \xi_0)'$ e a matriz de covariância (3x3) dada por:

$$\Sigma_0 = \begin{bmatrix} var(\mu_0) & cov(\sigma_0, \mu_0) & cov(\xi_0, \mu_0) \\ cov(\mu_0, \sigma_0) & var(\sigma_0) & cov(\xi_0, \sigma_0) \\ cov(\mu_0, \xi_0) & cov(\sigma_0, \xi_0) & var(\xi_0) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

As informações dos hiperparâmetros foram extraídas da distribuição GEV ajustada para a precipitação máxima das cidades de Lavras-MG e Machado-MG do período de 1961 a 2006. Essas cidades foram escolhidas por possuírem características semelhantes a cidade de Silvianópolis, sendo Lavras com latitude de 21°75'S, longitude de 45°00'W e altitude de 918,84 m e Machado com latitude de 21°66'S, longitude de 45°91'W e altitude de 873,35 m (REBOITA et al., 2015). Lavras e Machado também possuem a mesma classificação climática de Köppen

que Silvianópolis, classificação Cwa (BEIJO; MUNIZ; CASTRO NETO, 2005; RIBEIRO; AVANZI, 2010). Os dados de precipitação de Lavras e Machado foram extraídos da base de dados históricos do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET).

Como *priori* foram usadas as informações da distribuição GEV ajustada para Lavras e Machado e a média das duas cidades. O ajuste usando as informações de Lavras como *priori* foi chamado de modelo M_{LA} e seus hiperparâmetros são dados por:

$$m_0 = (\mu_0 = 68,90, \sigma_0 = 2,90, \xi_0 = -0,05)' \text{ e } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 10,48 & 2,80 & -0,16 \\ 2,80 & 5,64 & -0,12 \\ -0,16 & -0,12 & 0,02 \end{bmatrix}.$$

O ajuste que tem como *priori* as informações de Machado foi chamado de modelo M_{MA} e seus hiperparâmetros são:

$$m_0 = (\mu_0 = 75,14, \sigma_0 = 3,08, \xi_0 = -0,15)' \text{ e } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 15,16 & 2,97 & -0,23 \\ 2,97 & 8,04 & -0,20 \\ -0,23 & -0,20 & 0,02 \end{bmatrix}.$$

O ajuste que recebe como hiperparâmetros a média dos

hiperparâmetros do modelo de Lavras e Machado foi chamado de modelo M_{ME} :

$$m_0 = (\mu_0 = 72,02, \sigma_0 = 2,99, \xi_0 = -0,10)' \text{ e } \Sigma_0 = \begin{bmatrix} 12,82 & 2,88 & -0,20 \\ 2,88 & 6,84 & -0,16 \\ -0,20 & -0,16 & 0,02 \end{bmatrix}.$$

Além dos três modelos, foram usados os modelos M_{LA2} , M_{MA2} e M_{ME2} com o mesmo vetor de médias e duas vezes a matriz de covariância usada ($2 * \Sigma_0$). Portanto, totalizam-se seis modelos bayesianos.

A distribuição conjunta *a posteriori* para a distribuição GEV, dada pelo produto de expressão (4) pela expressão (5) não

apresenta forma analítica e amostras da mesma foram obtidas numericamente usando-se o método MCMC por meio do algoritmo iterativo Metropolis-Hastings sendo geradas 135.000 amostras, realizando-se um descarte das 20.000 primeiras e um salto a cada 30 iterações.

Na teoria, o fim do processo iterativo acontece apenas quando o número

de iterações tende ao infinito. Na prática, admite-se convergência quando a série se torna estacionária, o que indica que as condicionais completas estão suficientemente próximas das distribuições marginais. A análise dessa convergência é feita por meio de três critérios: Critério de Geweke, Critério de Raftery e Lewis e Critério de Heidelberger-Welch (NOGUEIRA et al., 2003). No critério de Raftery e Lewis (1992) deve ser verificado se o fator de dependência é próximo de 1,0,

$$x(T) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left\{ 1 - \left[-\ln \left(1 - \frac{1}{T} \right) \right]^{-\hat{\xi}} \right\} \quad (7)$$

Para a escolha do melhor modelo foi analisada a acurácia dos níveis de retorno preditos e o erro médio de predição. O modelo tem acurácia em determinado nível de retorno se o valor observado pertencer ao

$$EMP = \frac{\sum_{i=1}^N |VO_i - VP_i| / VO_i}{N} * 100, \quad (8)$$

Em que VO_i é o valor observado e VP_i é o valor predito para o i -ésimo tempo de retorno com $i = 1, \dots, N$.

Após a escolha do melhor modelo foi estimada a precipitação máxima em Silvianópolis para os tempos de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos.

Os testes e análises foram realizadas no software R (R CORE TEAM, 2016),

mas de acordo com os autores se este fator for menor que 5,0, pode-se dizer que a convergência já foi obtida. No critério de Geweke deve-se verificar se o módulo da estatística é menor que 1,96 e no critério de Heidelberger-Welch verifica-se se o valor- p do teste é maior que 5%.

Os níveis de retorno são as precipitações máximas esperadas para determinados tempos de retorno (T) e são dados por:

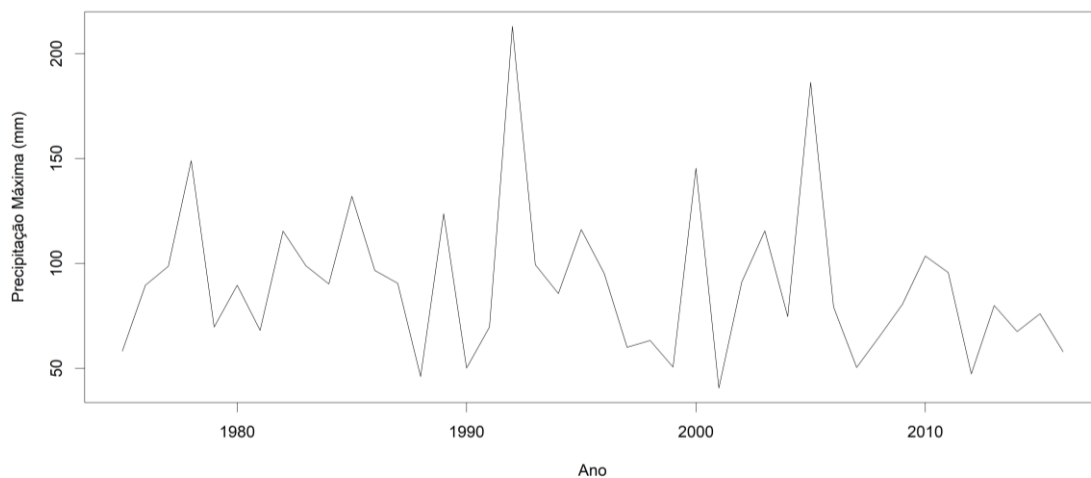
intervalo HPD de 95% de credibilidade que é o intervalo de alta densidade de probabilidade (HPD, do inglês *Highest Posterior Density intervals*). O erro médio de predição (EMP) é dado por:

utilizando-se os pacotes *evd*, *evdbayes*, *tseries* e *coda*.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

O comportamento da série de precipitação máxima anual de Silvianópolis pode ser observado na Figura 1.

Figura 1. Série de precipitação máxima anual (em mm) da cidade de Silvanópolis-MG de 1975 a 2016



O resultado do teste de Ljung-Box indicou que a série é independente ($p=0,0646$). Sendo assim, ajustou-se a distribuição GEV com estimação pelo método de máxima verossimilhança (GEV_{EMV}) e os seis modelos GEV com estimação via inferência Bayesiana (M_{LA} , M_{MA} , M_{ME} , M_{LA2} , M_{MA2} e M_{ME2}). Pelo teste de Kolmogorov-Smirnov verificou-se que o modelo GEV_{EMV} se ajustou aos dados ($p=0,5916$).

Na Tabela 1 são apresentados os resultados dos critérios para análise de convergência das cadeias da distribuição *a posteriori* dos parâmetros da distribuição GEV estimados via inferência Bayesiana e os níveis de retorno para cada modelo. Como pode ser observado, os resultados de todos os critérios indicam convergência das cadeias da distribuição *a posteriori* dos parâmetros e dos níveis de retorno preditos para 2, 4, 6 e 10 anos.

Tabela 1. Resultados dos critérios Raftery e Lewis (R-L), Geweke (CG) e Heidelberger-Welch (H-W) para análise de convergência das cadeias da distribuição *a posteriori* dos parâmetros e dos níveis de retorno (NR)

| Modelo | Parâmetro | R-L | CG | H-W | NR | R-L | CG | H-W |
|-----------|-----------|-------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-------|
| M_{LA} | μ | 0,952 | 0,280 | 0,909 | Q ₂ | 1,020 | 0,157 | 0,742 |
| | σ | 1,130 | 0,761 | 0,635 | Q ₄ | 0,994 | 0,196 | 0,682 |
| | ξ | 1,040 | 1,347 | 0,662 | Q ₆ | 1,060 | 0,033 | 0,707 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,180 | 0,195 | 0,740 |
| M_{MA} | μ | 1,020 | 0,331 | 0,518 | Q ₂ | 0,994 | 1,061 | 0,448 |
| | σ | 1,230 | 1,754 | 0,276 | Q ₄ | 1,080 | 1,546 | 0,261 |
| | ξ | 1,110 | 0,456 | 0,969 | Q ₆ | 1,060 | 1,635 | 0,214 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,040 | 1,678 | 0,200 |
| M_{ME} | μ | 1,040 | 0,599 | 0,161 | Q ₂ | 1,040 | 0,527 | 0,096 |
| | σ | 1,150 | 0,160 | 0,186 | Q ₄ | 1,060 | 0,154 | 0,158 |
| | ξ | 0,994 | 0,164 | 0,050 | Q ₆ | 1,080 | 0,025 | 0,274 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,080 | 0,216 | 0,502 |
| M_{LA2} | μ | 1,110 | 0,868 | 0,520 | Q ₂ | 1,130 | 1,092 | 0,706 |
| | σ | 1,130 | 0,876 | 0,756 | Q ₄ | 1,130 | 1,093 | 0,781 |
| | ξ | 0,994 | 0,156 | 0,931 | Q ₆ | 1,080 | 1,090 | 0,764 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,020 | 1,071 | 0,749 |
| M_{MA2} | μ | 0,952 | 0,472 | 0,603 | Q ₂ | 0,994 | 0,156 | 0,352 |
| | σ | 1,210 | 0,465 | 0,316 | Q ₄ | 1,110 | 0,381 | 0,284 |
| | ξ | 1,130 | 0,531 | 0,617 | Q ₆ | 1,040 | 0,572 | 0,306 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,020 | 0,746 | 0,360 |
| M_{ME2} | μ | 0,994 | 1,524 | 0,256 | Q ₂ | 0,994 | 0,767 | 0,647 |
| | σ | 1,080 | 1,189 | 0,585 | Q ₄ | 1,040 | 0,285 | 0,878 |
| | ξ | 1,060 | 0,091 | 0,596 | Q ₆ | 1,060 | 0,558 | 0,830 |
| | | | | | Q ₁₀ | 1,080 | 0,746 | 0,755 |

Na Tabela 2 é apresentada a precipitação máxima estimada, o intervalo de 95% confiança (ou intervalo HPD de

95% de credibilidade para os modelos bayesianos) e o erro médio de predição.

Tabela 2. Precipitação máxima estimada, com respectivas estimativas intervalares com 95% de probabilidade para os tempos de retorno de 2, 4, 6 e 10 anos e erro médio de predição

| Modelo / <i>EMP</i> | Estimativa pontual e intervalar para precipitação máxima | | | |
|---------------------------|--|---------------------------|----------------------------|----------------------------|
| | 2 anos | 4 anos | 6 anos | 10 anos |
| GEV_{EMV} 26,99% | 87,81 [76,23; 102,05] | 113,70 [96,41; 130,99] | 127,66 [106,49; 148,71] | 144,97 [116,42; 174,73] |
| M_{LA} 18,89% | 81,2 [74,84; 87,26] | 106,7 [95,30; 118,68] | 120,1 [106,33; 136,62] | 136,5 [117,91; 157,79] |
| M_{MA} 24,22% | 86,4 [79,16; 96,85] | 112,0 [100,04; 124,54] | 124,9 [109,79; 140,27] | 140,2 [122,85; 160,89] |
| M_{ME} 21,89% | 84,09 [77,02; 90,64] | 109,64 [98,46; 122,58] | 122,84 [108,66; 138,88] | 138,65 [121,40; 160,69] |
| M_{LA2} 20,53% | 82,18 [74,58; 90,23] | 107,99 [96,34; 122,63] | 121,88 [106,99; 140,66] | 138,68 [118,39; 163,43] |
| M_{MA2} 25,37% | 86,63 [77,99; 95,76] | 112,73 [99,23; 126,73] | 126,31 [111,21; 144,85] | 142,47 [123,14; 165,50] |
| M_{ME2} 23,07% | 84,59 [76,86; 93,74] | 110,58 [98,73; 125,32] | 124,14 [108,30; 141,73] | 140,50 [122,14; 165,55] |

*Para o modelo GEV_{EMV} , foi construído o intervalo de 95% de confiança. Para os modelos bayesianos, foram obtidos os intervalos HPD de 95% de credibilidade.

A acurácia de cada modelo foi verificada com relação aos máximos observados na série de 2007 a 2016, sendo que em 2 anos a precipitação máxima foi de 65,2mm e em 4, 6 e 10 anos foi de 103,5mm. Todos os modelos apresentaram acurácia apenas para o tempo de retorno de 4 anos, pois o valor observado pertence ao intervalo estimado. O modelo que apresentou menor erro médio de predição foi o M_{LA} , por isso foi o modelo escolhido para fazer as predições para os níveis de retorno de 5, 10, 25, 50 e 100 anos.

De forma geral, os resultados obtidos via Inferência Bayesiana independente da *priori* usada apresentaram melhor acurácia que o resultado obtido por máxima verossimilhança, uma vez que o

erro médio de predição também avalia a acurácia do modelo. Beijo, Vivanco e Muniz (2009) também observaram melhores resultados usando inferência Bayesiana em comparação com o resultado usando estimação por máxima verossimilhança. Esses resultados também concordam com os resultados encontrados por Coles e Powell (1996) para velocidade do vento, no qual observaram melhores resultados para estimativas dos parâmetros da GEV e para a velocidade máxima quando usaram inferência Bayesiana em comparação com o método de máxima verossimilhança.

Portanto, foi ajustado o modelo M_{LA} usando toda série (1975 a 2016) para estimar os níveis de retorno, as estimativas

dos parâmetros para esse modelo assim como os critérios para análise de

convergência das cadeias são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3. Estimativa e Desvio Padrão (DP) dos parâmetros e resultados dos critérios Raftery e Lewis (R-L), Geweke (CG) e Heidelberger-Welch (H-W) para análise de convergência das cadeias

| Parâmetro | Estimativa | DP | Critérios de Convergência | | |
|-----------|------------|------|---------------------------|-------|-------|
| | | | R-L | CG | H-W |
| μ | 70,06 | 2,51 | 0,994 | 1,472 | 0,053 |
| σ | 25,45 | 3,58 | 1,130 | 0,396 | 0,998 |
| ξ | 0,05 | 0,08 | 1,020 | 0,233 | 0,179 |

As estimativas obtidas no presente trabalho apresentaram valores próximos aos encontrados por Oliveira et al. (2014), apesar de adotarem como melhor método de estimação o método dos momentos L e a periodicidade dos dados de Silvianópolis ser de 1975 a 2008, que obtiveram as

seguintes estimativas dos parâmetros da GEV: $\hat{\mu} = 74,66$, $\hat{\sigma} = 18,12$ e $\hat{\xi} = -0,075$.

Os níveis de retorno estimados da precipitação máxima para 5, 10, 25, 50 e 100 anos são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Precipitações máximas previstas para os tempos de retorno 5, 10, 25, 50 e 100 anos com respectivos intervalos HPD de 95% de credibilidade e resultados dos critérios de convergência de Raftery e Lewis (R-L), Geweke (CG) e Heidelberger-Welch (H-W)

| Tempo de Retorno | Valor Médio de Predição | HPD _{95%} | Critérios de Convergência | | |
|------------------|-------------------------|--------------------|---------------------------|-------|-------|
| | | | R-L | CG | H-W |
| 5 | 109,7 | [98,71; 121,63] | 1,040 | 0,854 | 0,784 |
| 10 | 130,9 | [114,14; 147,68] | 1,020 | 0,656 | 0,685 |
| 25 | 159,0 | [134,44; 187,87] | 0,994 | 0,474 | 0,432 |
| 50 | 181,2 | [147,68; 221,78] | 0,994 | 0,357 | 0,338 |
| 100 | 204,4 | [159,91; 259,87] | 0,994 | 0,296 | 0,274 |

Uma interpretação prática, considerando o tempo de retorno de 50 anos, é que espera-se, em um tempo médio de 50 anos, com 95% de credibilidade que ocorra uma precipitação maior ou igual a um valor que esteja entre 147,68 mm e 221,78 mm. Esse resultado corrobora com os obtidos por Oliveira et al. (2014) nos quais os autores, utilizando o método dos momentos L e a série de precipitação máxima de Silvianópolis do período de 1975 a 2008, encontraram como estimativas para a precipitação máxima 202 mm e 229 mm para 50 e 100 anos, respectivamente. Pode-se observar que essas estimativas estão contidas no intervalo HPD de 95% de

credibilidade (Tabela 4). A diferença nas estimativas pontuais dos resultados do presente trabalho com o de Oliveira et al. (2014) se deve a atualização da série de dados.

6 CONCLUSÕES

A aplicação da inferência Bayesiana levou a menores erros de predição que o método de máxima verossimilhança, mostrando a eficiência da incorporação de conhecimentos *a priori* no estudo de precipitação máxima. Sendo que a distribuição *a priori* embasada em

informações de Lavras apresentou menor erro de predição da precipitação máxima anual de Silvianópolis.

Os valores de precipitação máxima preditos neste trabalho podem ser usados no planejamento de construções hidráulicas e de atividades agrícolas no município de Silvianópolis.

7 AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

8 REFERÊNCIAS

- BAUTISTA, E. A. L.; ZOCCHI, S. S.; ANGELOCCI, L. R. A distribuição generalizada de valores extremos aplicada ao ajuste dos dados de velocidade máxima do vento em Piracicaba, São Paulo, Brasil. **Revista de Matemática e Estatística**, São Paulo - SP, v. 22, p. 95-111, 2004.
- BEIJO, L. A.; MUNIZ, J. A.; CASTRO NETO, P. Tempo de retorno das precipitações máximas em Lavras (MG) Pela distribuição de valores extremos do tipo I. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 29, n. 3, p. 657-667, 2005.
- BEIJO, L. A.; VIVANCO, M. J. F.; MUNIZ, J. A. Análise Bayesiana no estudo do tempo de retorno das precipitações pluviométricas máximas em Jaboticabal (SP). **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 33, n. 1, p. 261-270, 2009.
- BLAIN, G. C. Cento e vinte anos de totais extremos de precipitação pluviométrica máxima diária em Campinas, Estado de São Paulo: Análises estatísticas. **Bragantia**, Campinas, v. 70, n. 3, p. 722-728, 2011.
- BRABSON, B. B.; PALUTIKOF, J. P. Tests of the generalized Pareto distribution for predicting extreme wind speeds. **Journal of Applied Meteorology**, Boston, v. 39, p. 1627-1640, 2000.
- CALDEIRA, T. L.; BESKOW, S.; MELLO, C. R.; FARIA, L. C.; SOUZA, M. R.; GUEDES, H. A. S. Modelagem probabilística de eventos de precipitação extrema no estado do Rio Grande do Sul. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental-Agriambi**, Campina Grande, v. 19, n. 3, 2015.
- COLES, S. G. **An introduction to statistical modeling of extreme values**. London: Springer, 2001.
- COLES, S. G.; DIXON, J. Likelihood-based inference for extreme value models. **Extremes**, Boston, v. 2, n. 1, p. 5-23, 1999.
- COLES, S. G.; POWELL, E. A. Bayesian methods in extreme value modelling: a review and new developments. **International Statistical Review**, Voorburg, v. 64, n. 1, p. 119-136, 1996.

COLES, S. G.; TAWN, J. A. A Bayesian analysis of extreme rainfall data. **Journal of the Royal Statistical Society: Series C**, Oxford, v. 45, n. 4, p. 463-478, 1996.

GAMERMAN, D.; LOPES, H. F. **Markov chain Monte Carlo**: stochastic simulation for Bayesian inference. CRC Press, 2006.

HUNDECHA, Y.; ST-HILAIRE, A.; OUARDA, T. B. M. J.; EL ADLOUNI, S.; GACHON, P. A nonstationary extreme value analysis for the assessment of changes in extreme annual wind speed over the Gulf of St. Lawrence, Canada. **Journal of Applied Meteorology and Climatology**, Boston, v. 47, n. 11, p. 2745-2759, 2008.

JENKINSON, A. F. The frequency distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements. **Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society Wiley Online Library**, Reading, v. 81, n. 348, p. 158-171, 1955.

LJUNG, G. M.; BOX, G. E. On a measure of lack of fit in time series models. **Biometrika**, New York, p. 297-303, 1978.

NOGUEIRA, D. A.; SÁFADI, T.; BEARZOTI, E.; BUENO FILHO, J. S. S. Análises clássica e Bayesiana de um modelo misto aplicado ao melhoramento animal: uma ilustração. **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 27, p. 1614-1624, 2003.

OLIVEIRA, A. S. de; MELLO, C. R. de; FRANCO, C. S.; MARQUES, R. F. de. P. V.; SILVA, A. M. Aplicabilidade da distribuição GEV ao estudo da precipitação máxima diária anual na região sul de Minas Gerais. **Revista Agrogeoambiental**, Pouso Alegre, v. 6, n. 1, p. 31-44, 2014.

PAULINO, C. D. M.; TURKMAN, M. A. A.; MURTEIRA, B. **Estatística Bayesiana**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 2003.

QUADROS, L. E.; QUEIROZ, M. M. F.; BOAS, M. A. V. Distribuição de frequência e temporal de chuvas intensas. **Acta Scientiarum Agronomy**, Maringá, v. 33, n. 3, p. 401-410, 2011.

R CORE TEAM. **R**: A language and environment for statistical computing. Vienna: R Foundation for Statistical Computing, 2016. Disponível em: <<https://www.R-project.org/>>. Acesso em: 20 fev. 2017.

RAFTERY, A. E.; LEWIS, S. Comment: One long run with diagnostics: implementation strategies for markov chain Monte Carlo. **Statistical Science**, Hayward, v. 7, n. 4, p. 493-497, 1992.

REBOITA, M. S.; RODRIGUES, M.; SILVA, L. F.; ALVES, M. A. Aspectos climáticos do estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, Curitiba, ano 11, v. 17, p. 206-226, 2015.

RIBEIRO, B. T.; AVANZI, J. C. Probable monthly rainfall for Machado County, South of Minas Gerais State. **Revista Agrogeoambiental**, Pouso Alegre, v. 2, n. 1, p. 117-122, 2010.

SANSIGOLO, C. A. Distribuições de extremos de precipitação diária, temperatura máxima e mínima e velocidade do vento em Piracicaba, SP (1917-2006). **Revista Brasileira de Meteorologia**, São Paulo, v. 23, n. 3, p. 341-346, 2008.

SIEGEL, S. **Estatística não-paramétrica para as ciências do comportamento**. São Paulo: McGraw-Hill, 1975.