

## SISTEMAS DE VIABILIDADE AGRÍCOLA SUSTENTÁVEIS

ITALO GUIMARÃES DO VALE<sup>1</sup>; ANGEL RAMON SANCHEZ DELGADO<sup>2</sup> E  
SÉRGIO DRUMOND VENTURA<sup>3</sup>

1 Mestrando do Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, BR 465, Km 7, Seropédica, RJ, 23890-000. [italovale@ufrj.br](mailto:italovale@ufrj.br)

2 Professor Associado do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, BR 465, Km 7, Seropédica, RJ, 23890-000. [a.sanchez@ufrj.br](mailto:a.sanchez@ufrj.br)

3 Professor Adjunto do Departamento de Matemática do Instituto de Ciências Exatas da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, BR 465, Km 7, Seropédica, RJ, 23890-000. [ventura@ufrj.br](mailto:ventura@ufrj.br)

### 1 RESUMO

O seguinte trabalho define um sistema de viabilidade agrícola sustentável (SVAS), através de um conjunto finito de desigualdades lineares e não lineares no espaço dos insumos necessários para o desenvolvimento de  $m$  culturas agrícolas que tenham produção, receita líquida e recursos limitados inferior e/ou superiormente (sustentabilidade). O problema aqui tratado é determinar se SVAS é não vazio, isto é, se existe um vetor de insumos ou recursos que satisfaz todas as desigualdades no SVAS. Apresentamos uma heurística para resolver o problema e resultados numéricos para SVAS em função da água e nitrogênio, junto a funções de produção em formas quadráticas de algumas culturas conhecidas na literatura.

**Palavras-chave:** Produção, Receita líquida, Insumos, Heurística.

VALE, I.G.; DELGADO, A. R. S. e VENTURA, S.V.  
VIABILITY SYSTEMS FOR SUSTAINABLE AGRICULTURE

### 2 ABSTRACT

The following work mathematically defines a viability system for sustainable agriculture (VSSA), through a finite set of linear and non-linear inequalities in  $R^n$ , representing the space of required inputs for the development of  $m$  crops, and where production, net-income and resources (or inputs), have upper and/or lower bounds (sustainability). The problem addressed here is to determine whether VSSA is not empty, i.e., if there is a vector of inputs or resources satisfying all inequalities in VSSA. We present a heuristic to solve the problem and numerical results for VSSA depending on water and nitrogen, together with production functions in quadratic forms for some cultures, as known in the literature.

**Keywords:** production, net-income, inputs, heuristic

### 3 INTRODUÇÃO

Um dos principais problemas que ocorre no planejamento dos cultivos de culturas agrícolas é a baixa eficiência com que são utilizados os recursos, assim como o desconhecimento de níveis confiáveis de produção e receita líquida. A distribuição irregular de recursos e escassez de capital justifica a procura de modelos matemáticos que representem uma viabilidade agrícola sustentável para o pequeno e médio produtor, através de um equacionamento das condições de produção e receita líquida esperada com recursos limitados. Análises podem ser realizadas utilizando técnicas de programação matemática para a otimização das atividades, possibilitando quantificar, de forma otimizada, o uso dos recursos para satisfazer determinado objetivo, seja a maximização da receita líquida ou a minimização dos custos, sob restrições na disponibilidade dos recursos (SANTOS JÚNIOR et al., 2014).

Entendemos por função de produção agrícola ou resposta, como aquela que expressa a relação física entre as quantidades utilizadas de certo conjunto de insumos e as quantidades físicas máximas que se podem obter do produto, para uma dada tecnologia usada. O emprego das funções resposta à produção e receita líquida na análise dos resultados de experiências agrícolas é bastante difundido (MOUSINHO et al., 2003; MONTEIRO et al., 2006; DE CASTRO et al., 2007; SILVA et al., 2008; CARVALHO et al., 2009; DELGADO et al., 2010 e TEODORO et al., 2013). Considerando que o comportamento de uma cultura depende da quantidade de recursos que sejam administrados, a função resposta, representa uma ferramenta básica na modelagem de um sistema de viabilidade agrícola sustentável. A função resposta de uma cultura não é conhecida com precisão devido as variáveis climáticas, atributos físicos e muitos outros fatores. Mesmo assim, existem técnicas matemáticas como regressão linear que permitem obter aproximações confiáveis das funções de produção.

A nível econômico, segundo FRIZZONE et al. (2005) existem duas maneiras ou formas internacionais de calcular o benefício de uma produção agrícola; pelo aumento bruto de produção, ou seja, a soma dos aumentos de produção por produto, multiplicada pelos respectivos preços ao produtor; e pelo aumento do benefício líquido parcelar, ou seja, o incremento do valor bruto da produção menos o aumento dos custos dessa produção. Vamos supor que o benefício é proporcional ao preço da cultura vezes a produção em função dos insumos. Nesse caso, a receita líquida é o benefício menos custo de insumos e o problema a ser tratado é a maximização da receita líquida com insumos limitados.

De acordo com CAVALCANTE et al. (2011) sem dúvida que os incrementos populacionais nos últimos anos têm levado a altas taxas de crescimento da população agrícola e alimentar. Por outra parte, a degradação dos solos, os manejos inadequados de recursos e defensivos, têm inviabilizado o aumento da produção de alimentos compatível com a população presente e futura (sustentabilidade). A Organização para a Alimentação e a Agricultura (FAO/ONU) alerta que até o ano 2025, a produção de alimentos deverá crescer aproximadamente 40%.

É claro que para vencer isso, se faz necessário conhecer se em determinadas situações existe viabilidade no que respeita à produção e renda agrícola, assim como assegurar uma produção dentro dos limites da natureza (inferior e superiormente), o que significa converter os recursos limitados em produção úteis e viáveis economicamente (produções e receitas líquidas acima de determinados valores pré-fixados), porém diminuindo as repercussões sobre o meio ambiente durante a produção, manuseio e comercialização.

Neste trabalho definimos um sistema de viabilidade agrícola sustentável (SVAS) como um conjunto finito de desigualdades lineares e não lineares no espaço dos recursos necessários para o desenvolvimento de  $m$  culturas agrícolas e onde as funções respostas das

culturas e receita líquida são limitadas inferiormente, enquanto os recursos são limitados superior e inferiormente. O problema tratado é determinar se existe um vetor de recursos que satisfaz todas as desigualdades impostas, trata-se de um problema de viabilidade.

Ao resolver o problema, obtemos (ou não) um vetor de recursos que garante a viabilidade agrícola sustentável dessas culturas. É bom ressaltar que para o produtor, o problema da viabilidade agrícola (PVA) significa conhecer se é possível achar  $n$  recursos ou insumos, tal que a produtividade de cada cultura se encontre superior à produção conhecida e/ou estimada, com receita líquida superior a determinados valores esperados ou conhecidos, mas com limitações em relação aos recursos utilizados (SANDRI et al., 2014; PEREIRA et al., 2015).

Apresentamos uma heurística para resolver o PVA, baseada no conceito de “centro analítico” de uma região dada. Na literatura (HUARD & LIEU 1966; FEIJOO et al., 1997 e DRUMOND et al., 2015), o centro analítico define-se como o ponto ou vetor mais afastado da fronteira da região (no nosso caso do SVAS). Resultados numéricos para SVAS em função da água e nitrogênio junto a funções de produção em formas quadráticas de algumas culturas conhecidas na literatura são mostrados.

#### 4 MATERIAL

Esta seção será iniciada com o conceito de SVAS. Dadas  $m$ -cultura e  $n$ -insumo (ou recurso) necessários para o desenvolvimento das culturas, define-se um sistema de viabilidade agrícola sustentável (SVAS) como o conjunto de insumos que satisfazem um número finito de desigualdades lineares e não lineares associadas à produção, receita líquida e limitações dos insumos das  $m$ -culturas.

Formalmente.

$$SVAS = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) : \gamma_i(x_j) \geq \gamma_i^0; RL_i(x) \geq \rho_i^0; l_j \leq x_j \leq u_j; i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n\} \quad (1)$$

Em que:

$x_j$  - Representa a quantidade real do insumo  $j$  em Kg ( $j = 1, \dots, n$ ).

$\gamma_i(\cdot)$  - Representa a função não linear de produção da cultura  $i = (1, \dots, m)$  em função dos insumos. (kg/ha<sup>-1</sup>).

$\gamma_i^0$  - Representa um limitante inferior da produção de cada cultura  $i (i = 1, \dots, m)$ .

$$RL_i(x_i) = \rho_i \gamma_i(x_j) - \sum_{i=1}^m c_{ij} x_j \quad (2)$$

$RL_i(\cdot)$  - Representa a receita líquida gerada pela cultura  $i$  em função dos insumos (R\$. ha<sup>-1</sup>).

Onde:

$\rho_i$  - Preço da cultura  $i$  (R\$. ha<sup>-1</sup>).

$c_{ij}$  - Custo da aplicação do recurso  $j$  na cultura  $i$  (R\$. ha<sup>-1</sup>).

$\rho_i^0$  - Representa a mínima receita líquida esperada da cultura  $i$  (R\$. ha<sup>-1</sup>).

$l_j$  - Representa o limitante inferior do insumo  $j$ .

$u_j$  - Representa o limitante superior do insumo  $j$ .

Note que em um SVAS, temos  $2(n+m)$  restrições lineares e não lineares respectivamente. No que segue, nosso problema é achar (se existe) um vetor de  $n$ -insumos que satisfaz um número finito de desigualdades lineares e não lineares e que representam a produção, receita líquida e restrições de insumos das  $m$  culturas dadas.

## 5 MÉTODOS

A heurística utilizada na procura está baseada na geração iterativa de pontos “próximos” ao centro analítico das regiões obtidas, logo do acréscimo de novas desigualdades. Inicialmente é conhecido um ponto próximo do centro analítico da região inicial, definida através das desigualdades lineares do SVAS. Em seguida determinamos uma desigualdade não linear do SVAS que não seja satisfeita pelo ponto inicial e acrescentamos esta ao SVAS inicial.

Logo, utilizando um procedimento denominado recuperação do centro analítico (DRUMOND et al., 2015), obtemos um ponto próximo do centro analítico do SVAS perturbado. Isso é repetido iterativamente, gerando pontos ou vetores estacionários até que todas as desigualdades que definem o SVAS sejam satisfeitas. Ao final, se existe, encontramos o ponto ou vetor de recursos, próximo do centro analítico do SVAS.

A implementação da heurística foi realizada para algumas culturas agrícolas conhecidas na literatura (FRIZZONE et al., 1995; BERTONHA et al., 1999; BARROS et al., 2002; MONTEIRO et al., 2006 e MARQUES et al., 2008) e cujas respostas de produção são formas quadráticas em função dos insumos: lâmina de água  $w$  (mm) e nitrogênio  $n$  (kg/ha<sup>-1</sup>) dadas por:

$$\gamma_i(w, n) = a_i w^2 + b_i n^2 + c_i w n + d_i w + e_i n + f_i \quad (3)$$

$$RL_i(w, n) = \rho_i \gamma_i(w, n) - c_i^w w - c_i^n n \quad (4)$$

Em que:

$RL_i(w, n)$  - Representa a receita líquida gerada pela cultura  $i$  em função dos insumos (R\$. ha<sup>-1</sup>).

$a_i, b_i, c_i, d_i, e_i, f_i$  - Representam números reais dados.

$c_i^w$  - Representa o custo da lâmina de água para a cultura  $i$  (R\$. mm<sup>-1</sup>ha<sup>-1</sup>).

$c_i^n$  - Representa o custo de uma dose de nitrogênio para a cultura  $i$  (R\$. mm<sup>-1</sup>ha<sup>-1</sup>).

Nesta aplicação da heurística, o problema é achar (se existe) um vetor de insumos  $(w, n)$  tal que:  $\gamma_i(w, n) \geq \gamma_i^0$ ;  $RL_i(w, n) \geq \rho_i^0$ ;  $w_l \leq w \leq w_u$ ;  $n_l \leq n \leq n_u$ .

Onde:

$w_l$  - Representa o limitante inferior da lâmina de água  $w$  (mm).

$w_u$  - Representa o limitante superior da lâmina de água  $w$  (mm).

$n_l$  - Representa o limitante inferior da dose de nitrogênio  $n$  (kg/ha<sup>-1</sup>).

$n_u$  - Representa o limitante superior da dose de nitrogênio  $n$  (kg/ha<sup>-1</sup>).

O manejo adequado da água é fundamental, considerando que o setor agrícola é o maior consumidor de água ( $w$ ) e que os recursos hídricos são essenciais e estratégicos no desenvolvimento da agricultura. Segundo FIGUEIREDO et al. (2008), uma mudança fundamental deverá ocorrer nas práticas da irrigação nos próximos anos, em decorrência das pressões econômicas sobre os agricultores, da crescente competição pelo uso dos recursos e dos impactos ambientais da irrigação. Eles acham que tais fatores deverão motivar uma mudança de paradigma da irrigação, enfocando-se mais a eficiência econômica do que a demanda de água da cultura. Considerando que na atualidade os custos de adubação nitrogenada, especificamente, nitrogênio ( $n$ ), são cada vez mais variáveis e que a demanda no Brasil cresce a cada dia, é necessário que sejam respeitadas as questões ambientais e de preservação dos solos como peça fundamental para uma agricultura sustentável.

Foram realizados alguns ensaios numéricos utilizando o material descrito nas Tabelas 1 e 2. Na Tabela 1, temos para cada cultura as representações analíticas das funções de produção e na Tabela 2, os preços, custos e limitantes inferiores da receita líquida para as culturas: aveia e melancia. As funções repostas das culturas em função de  $w$  e  $n$  na Tabela 1 são formas quadráticas. Geralmente os coeficientes são obtidos utilizando regressão linear.

**Tabela 1.** Funções repostas ou de produção em formas quadráticas nas variáveis  $w$  e  $n$ , para as culturas: Alface Americana, Aveia, Laranja, Melancia e Melão (kg.ha<sup>-1</sup> ou g.ha<sup>-1</sup>).

Culturas	Funções de produção
Alface Americana	$\gamma(w, n) = -12490 + 388,1w - 6,02n - 1,042w^2 - 0,04563n^2 + 0,1564wn$
Aveia	$\gamma(w, n) = 3,575x10^{-2}w + 1,554x10^{-2}n - 5,6x10^{-5}w^2 - 5,1x10^{-5}n^2$
Laranja	$\gamma(w, n) = 0,306 + 1,01x10^{-2}n - 1,46x10^{-5}n^2 + 4,35x10^{-4}w - 4,47x10^{-8}w^2$
Melancia	$\gamma(w, n) = 39,8245w + 153,05n - 0,028721w^2 - 0,34462n^2$
Melão	$\gamma(w, n) = 37,914 + 591,3988w + 26,262n - 1,3291w^2 - 0,06276n^2$

**Tabela 2.** Preços dos custos da lâmina de água  $w$  (mm), custos da dose de nitrogênio  $n$  (kg.ha<sup>-1</sup>) e mínima receita líquida esperada para as culturas: Aveia e Melancia.

Culturas ( $i$ )	$\rho_i$ (R\$ kg <sup>-1</sup> )	$c_{iw}$ (R\$ mm <sup>-1</sup> )	$c_{in}$ (R\$ kg <sup>-1</sup> )	$\rho_i^0$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )
Aveia	1500	0,020	0,50	800
Melancia	0,28	0,3884	1,15	3.600

De acordo com os dados fornecidos pelas fontes bibliográficas, para cada cultura (alface americana, aveia, laranja, melancia e melão) é possível determinar limitantes inferiores e superiores da lâmina de água, ficando os inferiores entre 100 (mm) e 300 (mm) e

os superiores entre 400 (mm) e 600 (mm). Já para o insumo nitrogênio, fixou-se um teto de 300 kg.ha<sup>-1</sup> e considerando que o mais comum na literatura para estas culturas é uma dose mínima de 75 kg.ha<sup>-1</sup>, foram realizados quatro (4) ensaios numéricos definidos pelas caixas bidimensionais: [100, 500] x [0, 300]; [200, 400] x [75, 300]; [230, 600] x [75, 300] e [300, 500] x [75, 300].

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados são mostrados nas Tabelas 3, 4, 5 e 6 ao considerar cada cenário. Na Tabela 3 o ponto viável encontrado pela heurística foi uma lâmina de água de 261,02 (mm) e uma dose de nitrogênio de 247,28 (kg ha<sup>-1</sup>). Note que a produção de alface americana e receita líquida da melancia, são significativas ante os limitantes inferiores. Na Tabela 4 a solução viável achada pela heurística foi uma lâmina de água 313,03 (mm) e uma dose de nitrogênio de 248,71 (kg ha<sup>-1</sup>). Note que a receita líquida da cultura da melancia passa de 3.600 (R\$ ha<sup>-1</sup>) para 6.909.20 (R\$ ha<sup>-1</sup>) em relação à produtividade foi observado um crescimento de 5,584 (kg ha<sup>-1</sup>) para a alface americana.

**Tabela 3.** Limitantes inferiores da produção e receita líquida, assim como as produções alcançadas pelas culturas, na caixa bidimensional [100,500]x[0,300].

Culturas ( <i>i</i> )	$\gamma_i$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$\gamma_i^0$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$RL_i$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )	$\rho_i^0$ (R\$ha <sup>-1</sup> )
Alface Americana	17.584	12.000	-----	-----
Aveia	6.423	5.000	832.99	800
Laranja	2.042	2.000	-----	-----
Melancia	26.099	0	6.905.2	3.600
Melão	60.494	0	-----	-----

**Tabela 4.** Limitantes inferiores da produção e receita líquida, assim como as produções alcançadas pelas culturas, na caixa bidimensional [200,400] x [75,300].

Culturas ( <i>i</i> )	$\gamma_i$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$\gamma_i^0$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$RL_i$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )	$\rho_i^0$ (R\$ha <sup>-1</sup> )
Alface Americana	17.484	12.000	-----	-----
Aveia	6.426	5.000	833,47	800
Laranja	2.042	2.000	-----	-----
Melancia	26.133	0	6.909,20	3.600
Melão	60.395	0	-----	-----

Na Tabela 5 o ponto viável encontrado foi uma lâmina de água de 298,28 (mm) e uma dose de nitrogênio de 252,01 (kg ha<sup>-1</sup>). Além disso, há uma pequena variação tanto na produtividade quanto na receita líquida quando comparado com a Tabela 4. Na Tabela 6 a alface americana sofre uma queda de 2,820 (kg.ha<sup>-1</sup>) e de melão de 3,030 (kg.ha<sup>-1</sup>). É possível observar que neste cenário se obtém a maior lâmina de água em relação ao nitrogênio com 313,18 (mm) de lâmina de água e 251,06 (kg ha<sup>-1</sup>) de nitrogênio, todos os cenários mostram poucas variações nos valores encontrados pela heurística.

**Tabela 5.** Limitantes inferiores da produção e receita líquida, assim como as produções alcançadas pelas culturas, na caixa bidimensional [230,600] x [75,300].

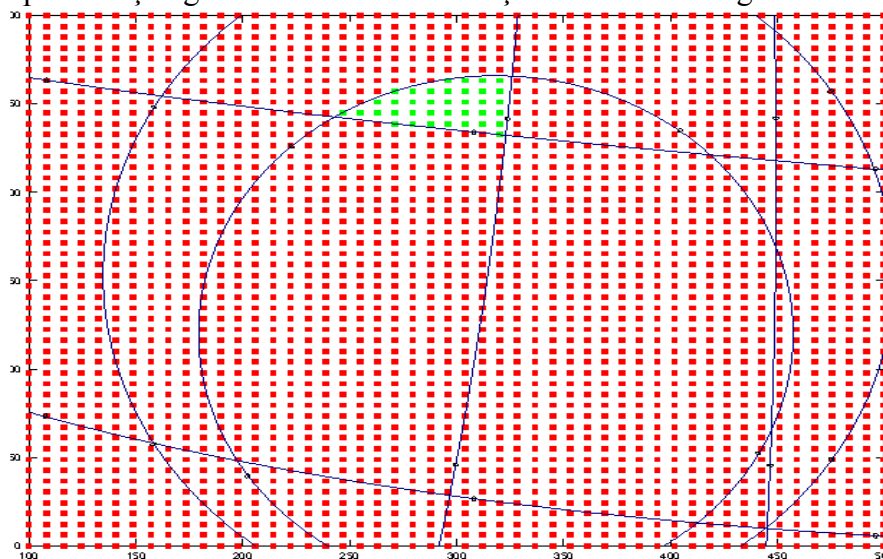
Culturas ( <i>i</i> )	$\gamma_i$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$\gamma_i^0$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$RL_i$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )	$\rho_i^0$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )
Alface Americana	17.907	12.000	-----	-----
Aveia	6.388	5.000	826,30	800
Laranja	2.050	2.000	-----	-----
Melancia	26.007	0	6.876,30	3.600
Melão	60.755	0	-----	-----

**Tabela 6.** Limitantes inferiores da produção e receita líquida, assim como as produções alcançadas pelas culturas, na caixa bidimensional [300,500] x [75,300].

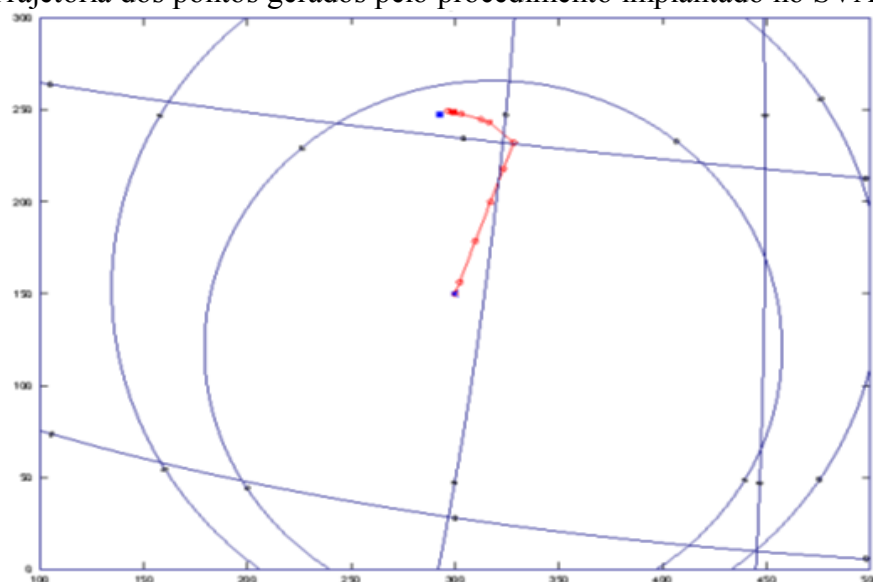
Culturas ( <i>i</i> )	$\gamma_i$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$\gamma_i^0$ (kg ha <sup>-1</sup> )	$RL_i$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )	$\rho_i^0$ (R\$ ha <sup>-1</sup> )
Alface Americana	14.764	12.000	-----	-----
Aveia	6.422	5.000	831,39	800
Laranja	2.054	2.000	-----	-----
Melancia	26.358	0	6.969,90	3.600
Melão	57.464	0	-----	-----

Finalmente na Figura 1 é demonstrado graficamente o SVAS considerado em função da lâmina da água  $w$  (mm) e dose de nitrogênio  $n$  (kg ha<sup>-1</sup>). Note a região viável em verde, enquanto que a área inviável está em vermelho. Foi possível observar com clareza o problema de viabilidade agrícola. (PVA). Na Figura 2 temos a trajetória que seguem os pontos gerados iterativamente pelo procedimento implantado no SVAS. Os pontos estacionários, em vermelho seguem em direção à área de viabilidade, até que a heurística implantada encontra um ponto muito próximo ao centro analítico do SVAS em azul.

**Figura 1.** Representação gráfica do SVAS em função da lâmina de água e dose de nitrogênio.



**Figura 2.** Trajetória dos pontos gerados pelo procedimento implantado no SVAS.



## 7 CONCLUSÕES

Foi desenvolvida uma aplicação para área agrícola da heurística apresentada por DRUMOND et al. (2015) para a resolução do problema de viabilidade não linear. Através do conceito de SVAS mostramos resultados numéricos de cinco culturas em quatro cenários diferentes. Em cada caso tivemos compatibilidade com os apresentados na literatura.

A ideia central do trabalho apresentado foi contribuir com a construção de programas computacionais, que permitam ao pequeno e médio produtor conhecer de forma simples a viabilidade sustentável da produção e receita líquida em um determinado cenário agrícola. Um exemplo que é suficiente para o produtor é informar ao programa computacional: cultivos a serem desenvolvidos, insumos de interesse, produção mínima conhecida de cada cultivo,



preços, custos e mínima receita líquida já alcançada; como também máximos e mínimos dos insumos utilizados.

## 8 REFERÊNCIAS

- BARROS, V.; COSTA, R. N. T.; AGUIAR, J. V. Função de produção da cultura do melão para níveis de água e adubação nitrogenada no Vale do Curu-Ce. **Irriga**, Botucatu, v. 7, n 2, p. 98-105, 2002.
- BERTONHA, A.; FRIZZONE J. A.; MARTINS, E. N. Irrigação e adubação nitrogenada na produção de laranja-pera. **Acta Scientiarum. Agronomy**, Maringá, v.1,vn.3, p. 537-542, 1999.
- CAVALCANTE, J. A. C.; DELGADO, A. R. S.; CARVALHO, D.F.; MEDEIROS, J.A.C.C. Usos de recursos na dose certa: uma ferramenta computacional para otimização agrícola. **Rev. Sistemas & Gestão**, Rio de Janeiro, v. 4, n. 6, p. 398-413, 2011.
- CARVALHO, D.F.; DELGADO, A. R. S.; OLIVEIRA, R. F.; SILVA, W. A.; FORTE, V. L. Maximização da produção e da receita agrícola com limitações de água e nitrogênio utilizando método de pontos interiores. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.29, n.2, p.321-327, 2009.
- DELGADO, A. R. S.; DUARTE, S. W.; LIMAS, N.V.; FONSECA, D.; Modelagem matemática para otimização da produção e renda de melão e melancia em função de lâminas de água e doses de nitrogênio. **Irriga**, Botucatu; v.15, n. 1, p.1-9, 2010.
- DRUMOND, S. V.; DELGADO, A. R.S.; GONZAGA, C. C. A nonlinear feasibility problem heuristic. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, 35(1): 107-121, 2015.
- FEIJOO, B.; SANCHEZ, A.; GONZAGA, C.C. Maintaining closeness to the analytic center of a polytope by perturbing added hyperplanes. **Amplie Mathematics and Optimization**, Nova York, v. 35, p.139-144, 1997.
- FIGUEIREDO, M.G.; FRIZZONE, J. A.; PITELLI, M. M.; REZENDE, R.; Lâmina ótima de irrigação do feijoeiro, com restrição de água, em função do nível de aversão ao risco do produtor. **Acta Scientiarum. Agronomy**, Maringá, v. 30, n.1; p. 81-87, 2008.
- FRIZZONE, J. A.; ANDRADE JÚNIOR, A. S. Planejamento de irrigação: análise de decisão de investimento. Brasília: **Embrapa Informação Tecnológica**. 626 p. 2005.
- FRIZZONE, J. A.; TEODORO, R. E. F.; PEREIRA A. S.; BOTREL, T. A. Lâmina de água e doses de nitrogênio na produção de aveia (*Avena sativa* L.) para forragem. **ScientiaAgricola**, Piracicaba, v.52, n.3, p.578-586, 1995.
- HUARD, P.; LIEU, T.; La Methode des Centres dansun Espace Topologique, **Numerische Mathematik**, Nova York, v.8. n1, p.56-67 1966.

- MONTEIRO, R. O. C.; COLARES, D. S.; COSTA T. R. N.; LEÃO, M. C. S.; de AGUIAR, J. V.; Função de resposta do meloeiro a diferentes lâminas de irrigação e doses de nitrogênio. **Horticultura Brasileira**, Vitória da Conquista, v. 24, n. 4. p.455-459, 2006.
- MOUSINHO, F. E. P.; COSTA, R. N. T.; SOUZA, F. D.; GOMES FILHO, R. R. Função de resposta da melancia à aplicação de água e nitrogênio para as condições Edafoclimáticas de Fortaleza, CE. **Irriga**, Botucatu, v. 8, n 3,p. 264-272, 2003.
- CASTRO, R. P.; COSTA, R. N.T; SILVA. L. A. C; GOMES FILHO, R. R. Modelos de decisão para otimização econômica do uso da água em áreas irrigadas da fazenda experimental Vale do Curu, Pentecoste-CE, **Irriga**, Botucatu, v.12, n.3, p.377-392, 2007.
- PEREIRA, R. M.; ALVES JÚNIOR, J.; CASAROLI, D.; SALES, D. L.; RODRIGUEZ, W. D. M.; SOUZA, J. M. F. Viabilidade econômica da irrigação de cana-de-açúcar no Cerrado Brasileiro. **Irriga**, Botucatu, v. 1, n. 2, p. 149, 2015.
- SANDRI, D.; PEREIRA, J. A.; VARGAS, R. B. Custos de produção e rentabilidade produtiva da melancia sob diferentes lâminas e sistemas de irrigação. **Irriga**, Botucatu, v. 19, n. 3, p. 414-429, 2014.
- SANTOS JÚNIOR, J.C.; FRIZZONE, J. A .; PAZ, V. P.S. Otimização do uso da água no perímetro irrigado formoso aplicando lâminas máximas de água. **Irriga**, Botucatu, v. 19, n. 2, p. 196, 2014.
- SILVA, P. A. M.; PEREIRA, G.M.; REIS, R. P.; LIMA, L. A.; TAVEIRA, J. H. S. Função de resposta da alface americana aos níveis de água e adubação nitrogenada. **Ciência Agrotecnica**, Lavras, v. 32, n. 4, p. 1266-1271, 2008.
- TEODORO, I.T.; NETO, J. D. D.; SOUZA, J. L.; LYRA, G. B.; BRITO, K. S.; SÁ, L.A.; SANTOS, M.A.L; SARMENTO, P. L.V.S. Isoquantas de Produtividade da Cana-de-açúcar em Função de Níveis de Irrigação e Adubação Nitrogenada. **Irriga**, Botucatu, v. 18, n. 3, p. 387, 2013.